This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Phys 3516.2

Harvard College Library

FROM THE BEQUEST OF

GEORGE HAYWARD, M.D.,

OF BOSTON,

(Class of 1809).

4 June, 1896.

SCIENCE CENTER LIBRARY

N° D'ORDRE :
856.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR M. CLAUDIUS LIMB,
Préparateur de Physique à la Faculté des Sciences de Paris.

1re THÈSE. — MESURE DIRECTE DES FORCES ÉLECTROMOTRICES EN UNITÉS ABSOLUES ÉLECTROMAGNÉTIQUES.

2e THÈSE. — ESSAI SUR LA PRÉPARATION DU BARYUM MÉTALLIQUE.

Soutenues le juin 1895, devant la Commission d'examen.

MM. LIPPMANN, *Président.*
HAUTEFEUILLE, BOUTY, } *Examinateurs.*

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1895

Hayward fund.

Phys 3516.2

HARVARD COLLEGE
JUN 4 1896
LIBRARY.

ACADÉMIE DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS.

	MM.	
DOYEN	DARBOUX, professeur	Géométrie supérieure.
PROFESSEUR HONORAIRE	PASTEUR.	
PROFESSEURS	DE LACAZE-DUTHIERS	Zoologie, Anatomie, Physiologie comparée.
	HERMITE	Algèbre supérieure.
	TROOST	Chimie.
	FRIEDEL	Chimie organique.
	TISSERAND	Astronomie.
	LIPPMANN	Physique.
	HAUTEFEUILLE	Minéralogie.
	BOUTY	Physique.
	APPELL	Mécanique rationnelle.
	DUCLAUX	Chimie biologique.
	BOUSSINESQ	Mécanique physique et expérimentale.
	PICARD	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	POINCARÉ	Calcul des probabilités, Physique mathématique.
	YVES DELAGE	Zoologie, Anatomie, Physiologie comparée.
	BONNIER	Botanique.
	DASTRE	Physiologie.
	DITTE	Chimie.
	MUNIER-CHALMAS	Géologie.
	GIARD	Zoologie. Évolution des êtres organisés.
	WOLF	Astronomie.
PROFESSEURS ADJOINTS	CHATIN	Zoologie, Anatomie, Physiologie comparée.
	JOLY	Chimie.
	PELLAT	Physique.
	KŒNIGS	Cinématique.
	PAINLEVÉ	Calcul différentiel et Calcul intégral.
SECRÉTAIRE	FOUSSEREAU.	

22212 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

A MON MAITRE

GABRIEL LIPPMANN,

MEMBRE DE L'INSTITUT,

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS.

Hommage de respectueuse admiration.

C. LIMB.

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE THÈSE.

MESURE DIRECTE DES FORCES ÉLECTROMOTRICES EN UNITÉS ABSOLUES ÉLECTROMAGNÉTIQUES.

CHAPITRE I.

Exposé de la méthode.

	Pages.
Principe	1
Calcul de la force électromotrice induite	2
Mode de comparaison des forces électromotrices	6
Précision de la méthode	6

CHAPITRE II.

Description des appareils.

Description des appareils	7
ARTICLE I. — Bobine induite	9
Mesure du pas de la vis du tour	10
Correction des bouts	11
ARTICLE II. — Aimant	12
Construction de l'aimant	13
Correction d'excentricité des pôles	18
Calcul de la longueur moyenne	20
Intensité d'aimantation	23
Influence de la largeur du contact	24
MESURES MAGNÉTIQUES	25
Mesure de $\mathfrak{M}\,\mathfrak{K}$	25
Détermination de la constante de torsion	25
Procédé opératoire pour mesurer c	29
Calcul du moment d'inertie k du cylindre oscillant	31
Calcul de c	32
Détermination du méridien magnétique	34

Pages.

Constante de la bobine employée à cet usage 35
Mesure de θ 36
Calcul de $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$ 40
Mesure de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$ 40
Théorie 42
Influence du magnétisme induit par le champ terrestre 49
Calcul de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$ 50
» tang α 52
Constantes du magnétomètre 54
Ordre des expériences 54
Calculs de $\mathfrak{M}$ et $\mathfrak{H}$ séparément 59
Remarques 59
Remarque sur le magnétisme induit dans l'aimant par le champ terrestre 62
DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE TEMPÉRATURE DE L'AIMANT ... 64
ARTICLE III. — Mesure de la vitesse angulaire de rotation 65
Constance de la vitesse 66
Enregistrement des tours de l'aimant 70
Valeur de N_1 72
ARTICLE IV. — Potentiomètre 74
Calibrage des fils du potentiomètre 78
Constante du potentiomètre 79
ARTICLE V. — Électromètre 81

CHAPITRE III.

Résultats obtenus pour les principaux étalons de pile.

ARTICLE I. — Marche d'une expérience 83
ARTICLE II. — Construction des étalons de pile 88
Tableau des résultats obtenus 91
Vérifications 92
Comparaison des étalons du même type entre eux 93
ARTICLE III. — Force électromotrice des principaux éléments de pile 97
Étalon Baille et Féry 97
Autres éléments 97
ARTICLE IV. — Observation sur les unités fondamentales 99
RÉSUMÉ 101

SECONDE THÈSE.

ESSAI SUR LA PRÉPARATION DU BARYUM MÉTALLIQUE.

CHAPITRE I.

Méthode électrolytique.

Pages.

ÉLECTROLYSE DU CHLORURE DE BARYUM..... 105
ÉLECTROLYSE DE L'HYDRATE DE BARYTE..... 108
ÉLECTROLYSE DU FLUORURE..... 109
Électrolyse du fluorure double, sans addition de baryte..... 112
Électrolyse, avec courant d'hydrogène autour de la cathode..... 113

CHAPITRE II.

Méthode chimique.

Méthode chimique..... 117
RÉSUMÉ..... 119

PREMIÈRE THÈSE.

MESURE DIRECTE

DES

FORCES ÉLECTROMOTRICES,

EN UNITÉS ABSOLUES ÉLECTROMAGNÉTIQUES.

CHAPITRE I.

Principe de la méthode. — Le plus souvent, on mesure une force électromotrice en évaluant d'abord une résistance R, puis une intensité de courant I. Si la chute de potentiel RI équilibre la force électromotrice inconnue x, on a, en effet :

$$x = RI.$$

Dans un travail commencé il y a quatre ans, je me suis proposé de comparer *directement* la force électromotrice inconnue à une force électromotrice d'induction, dans un cas où celle-ci est *calculable*. On évite ainsi la mesure préalable de R en valeur absolue et l'emploi d'un galvanomètre ou mieux d'un électrodynamomètre absolu.

J'ai choisi comme force électromotrice calculable celle qu'engendre, dans le circuit d'une bobine, un aimant permanent intérieur, tournant autour d'une ligne perpendiculaire à la fois à son axe magnétique et à celui de la bobine.

J'aurais pu utiliser, comme on le fait habituellement,

une bobine tournante; mais alors il faut, d'une part, éviter la mesure de ce courant excitateur et, d'autre part, maintenir constante l'intensité de ce courant, ce qui est une opération délicate. Le champ magnétique terrestre est bien faible pour être employé.

Calcul de la force électromotrice induite. — Considérons une bobine quelconque et désignons par $\mathcal{H}_1$ l'intensité du champ électromagnétique, suivant l'axe de la bobine, lorsque le circuit de celle-ci est traversé par un courant d'intensité égale à l'unité. Le champ est supposé uniforme dans la région où se meut l'aimant. Si l'axe magnétique fait un angle α avec l'axe de la bobine, le moment du couple moteur a pour expression

$$\mathfrak{M}\mathcal{H}_1 \sin\alpha,$$

$\mathfrak{M}$ représentant le moment magnétique de l'aimant.

La puissance développée par un tel couple aurait pour valeur, à cet instant,

$$\mathfrak{M}\mathcal{H} \sin\alpha.\omega,$$

ω désignant la vitesse angulaire de rotation.

En vertu des lois de l'induction, la force électromotrice induite dans la bobine par une même rotation de l'aimant a pour expression

$$E = \mathfrak{M}\mathcal{H}_1 \sin\alpha.\omega.$$

Cette force électromotrice est rigoureusement sinusoïdale et a pour valeur maximum

$$E_{max} = \mathfrak{M}\mathcal{H}_1\omega, \tag{1}$$

ou bien, N_1 désignant le nombre de tours effectué par seconde,

$$E_{max} = \mathfrak{M}\mathcal{H}_1.2\pi N_1.$$

J'ai utilisé seulement la valeur maximum de la force électromotrice; mais s'il existait des électromètres suffisamment sensibles, on pourrait, en les montant homosta-

tiquement, utiliser la force électromotrice *efficace* (¹). On diminue un peu la force électromotrice employée, mais on a le grand avantage de supprimer toute commutation.

Pour que le facteur $\mathcal{H}_1$ soit facile à calculer rigoureusement et qu'on puisse considérer ce champ comme constant dans la région où se meut l'aimant, on doit choisir soit une bobine longue, soit une bobine plate ou cerceau. La constance de $\mathcal{H}_1$ dans la région du centre du cerceau exige que l'on donne à celui-ci un grand rayon, ce qui le rend encombrant, difficile à construire et affaiblit l'induction. C'est pourquoi je me suis arrêté à la bobine longue, à section cylindrique; c'est la forme qui présente à tous les points de vue le maximum d'avantages.

Pour éviter l'effet, sur son fil, des courants induits dans la carcasse de la bobine, il faut que celle-ci soit formée d'une substance isolante. Comme il est impossible d'éviter l'introduction dans la bobine de certaines pièces métalliques, on doit chercher à en éliminer l'effet. Il suffit pour cela de mesurer une même force électromotrice, en communiquant à l'aimant des vitesses angulaires variant d'une expérience à l'autre. La différence entre la force électromotrice induite E_{max} et la force électromotrice observée permet d'établir une formule de correction. (J'ai reconnu que dans mes expériences cette correction pouvait être négligée, l'influence de la vitesse n'étant pas appréciable).

Dans le cas d'une bobine cylindrique portant n_1 spires par unité de longueur, on a

$$\mathcal{H}_1 = 4\pi n_1$$

(¹) C'est-à-dire en faisant communiquer l'aiguille avec une paire de quadrants, de façon que la déviation soit proportionnelle au *carré* de E. L'instrument dévie *alors* proportionnellement à

$$E_{eff} = E_{max}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707\,E_{max}.$$

et, par suite,

$$E_{max} = 8\pi^2 n_1 . \mathfrak{M} . N_1.$$

Cela suppose la bobine très longue par rapport à son diamètre. En réalité, il faut remplacer dans la formule (1) $\mathcal{H}_1$ par l'intensité du champ suivant l'axe, à l'endroit où se trouvent les pôles au moment du maximum. On sait qu'alors l'axe magnétique de l'aimant est perpendiculaire à l'axe de la bobine. Désignons par l la demi-longueur de la bobine et par r son rayon, la valeur de $\mathcal{H}_1$ au centre de la bobine est alors

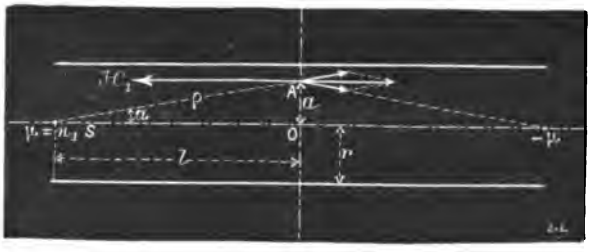
$$\mathcal{H}_1 = 4\pi n_1 \left(1 + \frac{r^2}{l^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 4\pi n_1 \left(1 - \frac{1}{2}\frac{r^2}{l^2}\right)$$

en négligeant les termes d'ordre supérieur, ce que l'on peut rendre légitime par construction. On obtiendrait la même valeur du champ en substituant aux faces polaires terminales, qui devraient être infiniment éloignées, deux pôles placés au centre de ces faces et d'intensité $\mu = n_1 S$, S étant la surface d'une spire, à savoir

$$\pi r^2.$$

C'est ce mode de calcul que j'ai adopté pour rechercher l'influence des bouts en un point excentrique. Considé-

Fig. 1.



rons (*fig.* 1) un point A, situé dans le plan médian, à une distance a du centre O, et désignons par $\mathcal{H}_a$ la valeur du

champ en A. On a :

$$\mathcal{H}_a = \mathcal{H}_1 - \frac{2\mu}{\rho^2}\cos\alpha = 4\pi n_1\left(1 - \frac{1}{2}\frac{r^2 l}{\rho^3}\right),$$

$$\mathcal{H}_a = 4\pi n_1\left[1 - \frac{1}{2}\frac{r^2}{l^2}\left(1 + \frac{a^2}{l^2}\right)^{-\frac{3}{2}}\right],$$

$$\mathcal{H}_a = 4\pi n_1\left[1 - C\left(1 - \frac{3}{2}\frac{a^2}{l^2}\right)\right],$$

C étant la correction au centre, indiquée plus haut.

Au lieu de calculer ainsi la correction des bouts, il serait évidemment préférable de l'estimer au moyen de la méthode expérimentale indiquée par M. Lippmann.

Il faudrait alors faire subir à la bobine une série de translations dans le sens de son axe, égales chacune à la longueur de la bobine. En déterminant, pour chacune des positions, la force électromotrice induite, la somme des valeurs ainsi obtenues, multipliée par 2, fournit le terme correctif absolu.

On sait que pour une bobine suffisamment longue, telle par exemple que sa longueur totale soit égale à environ 7 fois le diamètre, deux ou trois translations suffisent.

Je ne disposais pas, dans ma salle d'expériences, d'une hauteur suffisante pour pouvoir appliquer cette précieuse méthode.

Si le centre de l'aimant, au lieu de coïncider exactement avec celui de la bobine, subissait une légère translation d'amplitude b dans le sens de l'axe, il n'en résulterait pour $\mathcal{H}$, qu'une variation tout à fait négligeable. En effet, le champ sur l'axe à la distance b du centre a pour valeur

$$\mathcal{H}_b = 4\pi n_1\left[1 - C\left(1 + 3\frac{b^2}{l^2}\right)\right].$$

En résumé, il n'est pas nécessaire de faire coïncider rigoureusement le centre de l'aimant avec celui de la bobine, l'erreur d'excentrage étant négligeable. On conçoit immédiatement ce résultat, en remarquant que dans la bobine *de longueur finie,* l'intensité du champ, dans la région médiane, passe par un maximum, si l'on considère

un déplacement longitudinal, et par un minimum, si l'on considère, à partir du centre, un déplacement transversal.

Le calcul de la force électromotrice induite suppose non seulement la connaissance de $\mathcal{H}_a$, mais aussi celle du moment magnétique de l'aimant. J'ai déterminé $\mathfrak{M}$ par la méthode de Gauss.

Quant au facteur N_1, on l'obtient en enregistrant les tours successifs de l'aimant, la vitesse angulaire de celui-ci étant maintenue constante au moyen d'un tachymètre électrique spécial.

Mode de comparaison des forces électromotrices. — On pourrait penser à opposer directement sur un électromètre sensible, l'électromètre capillaire, la force électromotrice E_{max} induite, et la force électromotrice à évaluer. Il serait nécessaire alors, pour atteindre l'équilibre, de faire varier la vitesse angulaire de l'aimant, vitesse que l'on maintiendrait constante, une fois l'équilibre obtenu. Cela exige tout d'abord la production d'une force électromotrice induite suffisamment grande, puis on rencontre toutes les difficultés qui se présentent lorsqu'on veut établir un régime d'équilibre et le maintenir. J'ai préféré comparer, au moyen du potentiomètre de Clark modifié, chacune des deux forces électromotrices à une autre. Si l_1 et l_2 désignent les longueurs du fil potentiométrique qui correspondent à l'équilibre des forces électromotrices x et E_{max}, on a

$$\frac{x}{E_{max}} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$x = \mathcal{H}_a . \mathfrak{M} . 2\pi N_1 . \frac{l_1}{l_2}.$$

Précision de la méthode. — Il est clair que l'erreur relative commise dans l'appréciation de E_{max} est d'autant plus faible que E_{max} est plus grand : l'erreur absolue dépend en effet exclusivement de la sensibilité de l'indicateur de zéro employé. De plus, les petites forces électromotrices parasites, d'origines diverses, qui peuvent se

manifester deviennent alors négligeables. Comme la vitesse angulaire est relativement limitée, la précision du résultat dépend donc surtout des dimensions arrêtées pour l'aimant et par suite pour la bobine à l'intérieur de laquelle il doit tourner.

Avec une bobine de 1,50 à 2 m. de longueur et de 20 à 25 cm. de diamètre intérieur, présentant 20 spires par centimètre, on pourrait développer avec une vitesse angulaire de 5 tours par seconde, communiquée à un faisceau magnétique aussi gros que possible, en acier spécial d'Allevard, une force électromotrice maximum de 2 à 2,5 volts. C'est une force électromotrice de cet ordre qui se trouvait induite dans l'appareil qui a servi à M. Wuilleumier à déterminer l'ohm par la méthode de M. Lippmann.

On pourrait, sans rencontrer des difficultés insurmontables, construire un plus grand appareil. Le stuc (plâtre gâché à la colle forte) conviendrait, je crois, parfaitement pour la confection de la bobine.

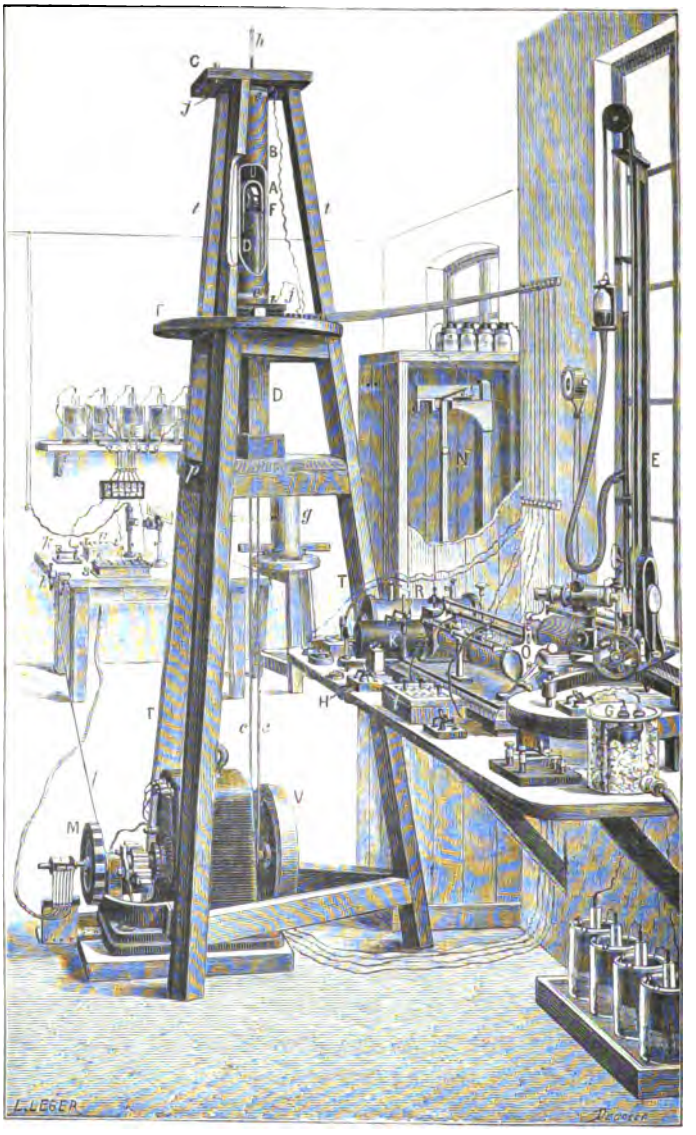
Même en utilisant, comme je l'ai fait avec un appareil beaucoup plus petit, une force électromotrice relativement faible, $E_{max} = 0,5$ de volt, on obtient, comme on le verra plus loin, des résultats déjà bien concordants.

CHAPITRE II.

DESCRIPTION DES APPAREILS.

Le dispositif que j'ai employé comprend (*fig.* 2) : une bobine B à l'intérieur de laquelle on peut faire tourner un aimant A, supporté par une fourche F, solidaire d'une plate-forme P, dont est muni un trépied en chêne T très stable, malgré son élévation. La bobine est maintenue par des butées fixées à la plate-forme P, et le cadre C qui termine un trépied *t* fixé au premier. L'un des côtés du cadre peut être à volonté enlevé ou maintenu en place

Fig. 2.



au moyen de chevilles, de façon qu'il soit commode d'installer la bobine ou de la retirer.

La pièce de chêne DD est assujettie dans les plateaux P et *p* au moyen de clavettes, et porte deux entailles qui livrent passage à la courroie motrice.

On voit sur la droite de la figure l'électromètre, le potentiomètre, l'enregistreur, le pendule, et, dans le fond, les éléments du tachymètre.

ARTICLE I.

BOBINE.

La carcasse de la bobine est formée d'un tube d'ébonite d'environ 10 cm. de diamètre extérieur, de 7 à 8 mm. d'épaisseur et de 70 cm. de longueur. Ce tube, fabriqué plus d'un an avant son emploi, avait été conservé dans la position verticale afin d'éviter toute flexion permanente.

Pour enrouler le fil de la bobine, on a commencé par monter le tube sur le tour, entre pointes, après quoi il a été tourné, puis fileté d'une seule passe.

Les engrenages commandant la vis du tour ont été choisis de manière que le pas de l'hélice filetée soit légèrement supérieur au diamètre du fil de cuivre, recouvert de deux guipages de soie blanche, afin de n'être pas gêné par les irrégularités de la couverture.

Le pas de la vis étant d'environ 5 mm., celui de l'hélice s'est trouvé égal à $5 . \frac{21}{90} . \frac{39}{100}$, ou $5 . \frac{91}{1000}$, soit 0,455 mm. environ.

Il importe de déterminer avec précision la valeur du pas de l'hélice, et par suite celui de la vis du tour, puisque le rapport de ces pas est égal à la raison du train d'engrenages employé.

Le fil de cuivre enroulé suivant le filet avait 0,3 mm. de diamètre, soit 0,42 mm. avec sa couverture.

Afin d'augmenter l'isolement et de faire adhérer les spires contre l'ébonite, la bobine a été vernie deux fois à la gomme-laque brune. Après enroulement, les deux extrémités du fil ont été arrêtées par des rubans de soie, puis mis en communication avec deux bornes *ee* fixées sur les deux joues carrées *j*, *j*, qui terminent la bobine et s'opposent aux déformations.

Mesure du pas de la vis du tour. — On a commencé par tourner un barreau rigide de laiton d'environ 3 cm. de diamètre. Après avoir tracé une génératrice, au moyen de la translation du chariot muni d'une pointe à tracer, on a disposé un train d'engrenages de raison 1, en utilisant les rapports suivants $\frac{27}{90} \cdot \frac{100}{30} = 1$. Dans ces conditions, l'outil trace sur le barreau une hélice de même pas que celui de la vis du tour. Après avoir suspendu verticalement le barreau, un cathétomètre, à l'échelle duquel toutes les mesures de longueur sont provisoirement rapportées, est braqué sur la génératrice On mesure la longueur occupée par 100 pas; on répète 10 fois cette mesure en descendant d'un pas à chaque fois. La moyenne des 10 valeurs obtenues étant égale à 49,8369 cm., le pas de la vis du tour est donc de 0,498369 cm.

Voici le Tableau de ces lectures :

	Stations		
	supérieure.	inférieure.	Différences.
1	61,962	12,118	49,844
2	61,467	11,621	49,846
3	60,969	11,127	49,842
4	60,470	10,629	49,841
5	59,975	10,132	49,843
6	59,470	9,634	49,836
7	58,973	9,139	49,834
8	58,477	8,645	49,832
9	57,975	8,146	49,829
10	57,470	7,648	49,822

Moyenne : 49,8369.

Le pas de la bobine se trouve, par suite, égal à

$$0,498369 \cdot \frac{91}{1000} = 0,0453516 \text{ cm.}$$

Il résulte de là que le nombre de spires n_1 par centimètre est égal à **22,0499**, car c'est l'inverse du pas de la bobine (1).

Remarque. — En mesurant au cathétomètre la longueur occupée par les 100 spires centrales de la bobine, j'ai trouvé comme moyenne de 6 mesures : 4,53517 cm., soit pour le pas 0,0453517 cm.

Indiquons enfin, à titre de renseignement, que la résistance électrique de la bobine à 15° est de 108,54 ohms. Sa résistance d'isolement est pratiquement infinie.

Enfin son coefficient de self-induction calculé est d'environ 0,0312 de henry.

Correction des bouts. — Pour calculer la correction C relative au centre, il faut connaître le diamètre de la bobine et sa longueur, puisqu'on a, en toute rigueur,

$$C = 1 - \left(1 + \frac{r^2}{l^2}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Le diamètre extérieur de la bobine, mesuré au pied à coulisse au vingtième de millimètre, est égal à 9,92 cm. Comme le diamètre du fil couvert est égal à 0,04 cm., le diamètre moyen de la bobine a pour valeur 9,88 cm.

Une règle divisée en demi-millimètres a donné pour la longueur totale de la bobine 70,10 cm. Comme l'épais-

(1) On s'étonnera peut-être du nombre de décimales souvent trop grand que j'indique. Tous mes calculs ont été faits au moyen d'une machine à calculer à six chiffres. Comme ce n'est guère plus long d'employer les six chiffres, je l'ai fait systématiquement, dans la crainte d'amener, en négligeant les derniers, des erreurs purement arithmétiques. Il sera toujours facile de s'arrêter au chiffre qu'on voudra pour les résultats définitifs.

seur des deux joues est de 3,54 cm., la longueur vraie de la bobine se trouve être de 66,56 cm.

Il résulte de là, pour le rapport $\frac{r}{l}$, la valeur 0,14844 ; par suite, $\frac{r^2}{l^2} = 0,022034$, et $\frac{r^4}{l^4} = 0,00048548$.

En portant la valeur de $\frac{r^2}{l^2}$ dans l'expression de C, on trouve, tous calculs faits

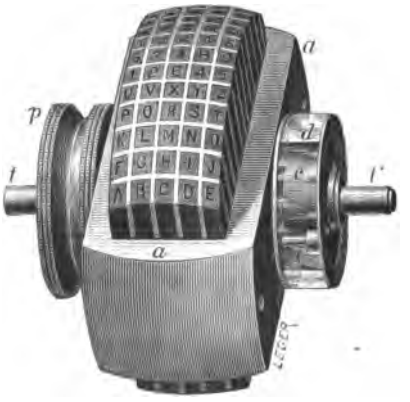
$$C = 0,01081.$$

ARTICLE II.

AIMANT.

L'aimant inducteur (*fig.* 3) est formé de 65 barreaux en acier spécial d'Allevard ayant 60 mm. à 80 mm. de lon-

Fig. 3.

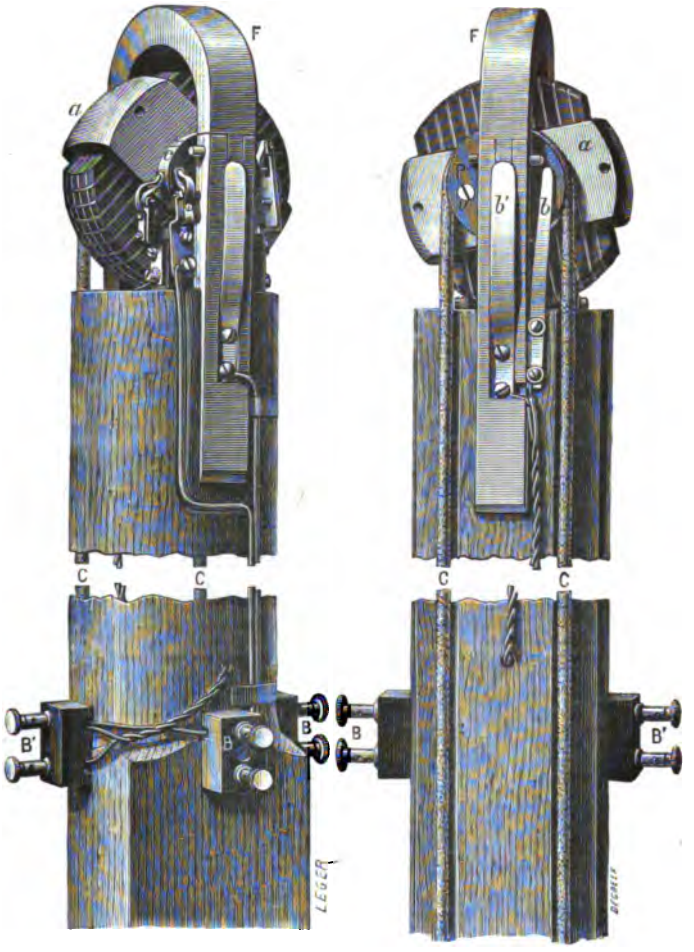


gueur ; leur section est un carré de 4 mm. de côté. Ces aimants sont disposés par 5 en 13 rangées, et ils sont séparés les uns des autres par des bandes d'aluminium de 1 mm. d'épaisseur.

Le faisceau magnétique est fixé d'une manière invariable dans une monture en aluminium *aa*, qui porte les deux tourillons *t*, *t'* venus de fonte avec la monture, et for-

mant l'axe de rotation. J'ai choisi l'aluminium à cause de sa légèreté, et parce qu'il me permettait d'obtenir la

Fig. 4.



plus grande rigidité pour un poids de monture assigné.

Sur le tourillon *t* est calé une poulie *p* en fibre vulcanisée, dont la gorge à section triangulaire reçoit la cour-

roie de commande. La face extérieure de cette poulie est munie d'une vis v (*fig.* 4) qui sert à la fois à fixer la poulie à la monture, et, d'autre part, à l'enregistrement des tours de l'aimant.

Sur le tourillon t' est fixé un commutateur c en verre, qui, deux fois par tour, saisit la force électromotrice au moment du maximum et la met en communication avec le circuit extérieur, au moyen de balais en fine toile de laiton, fixés sur une pièce d'ébonite, et qui rencontrent, en léchant la surface soigneusement polie du commutateur, deux contacts étroits d en laiton. Ces contacts ont été polis en même temps que le verre, de façon à éviter toute saillie (1).

Construction de l'aimant. — Une bobine cylindrique étant donnée, il est évident qu'on obtiendra une induction maximum en donnant au faisceau magnétique tournant la forme d'une sphère d'un diamètre aussi voisin que possible du diamètre intérieur de la carcasse. Il est impossible d'utiliser une sphère complète, puisqu'il faut loger, sur l'axe, commutateur et poulie, et que, d'autre part, il faut réserver une place pour la monture. J'ai donc pris un faisceau magnétique limité, d'une part, par la sphère, et, d'autre part, par deux couples de plans parallèles à la direction d'aimantation.

On pourrait éviter l'emploi d'une monture en prenant un bloc d'acier ayant la forme indiquée ; mais on obtient, dans ce cas, une aimantation infiniment plus faible qu'en employant un faisceau de forme identique. On sait que deux barreaux aimantés placés l'un contre l'autre donnent un moment magnétique très inférieur à la somme du moment magnétique qu'ils ont séparément, et même au

(1) Le commutateur, les porte-balai, les miroirs sphériques, et la règle de verre dépoli du magnétomètre, qui sera décrit plus loin, ont été construits par M. Ivan Werlein, dont l'habileté est si justement appréciée.

moment des deux barreaux séparés par un faible intervalle. Il importe de ne jamais mettre en contact deux aimants que l'on veut monter en faisceau séparé.

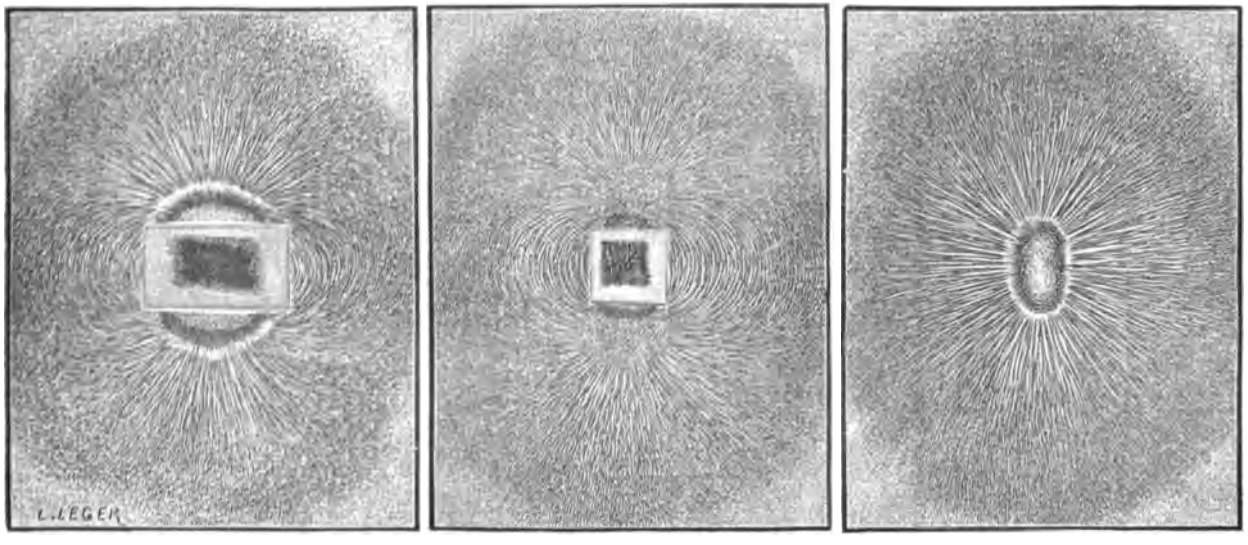
De nombreuses expériences préliminaires m'ont montré que l'on gagnait beaucoup en moment total en séparant les aimants du faisceau par des bandes d'aluminium, métal non magnétique, malgré la place que celles-ci occupent. J'ai reconnu que j'obtenais le meilleur résultat possible en séparant les barreaux de mon faisceau par des bandes d'aluminium de 1 mm. d'épaisseur. Chacun des barreaux repérés était porté à une température d'environ 850°, trempé à l'huile (1), puis aimanté entre les pôles d'un puissant électro-aimant de Faraday, modèle Ruhmkorff. Ces aimants étaient disposés dans la monture, en observant de ne les jamais mettre en contact direct, afin d'éviter toute démagnétisation permanente. Le faisceau étant construit, on le place entre deux armatures sphériques en fer doux, puis on le soumet au champ magnétisant de l'électro-aimant de Faraday, en disposant le faisceau dans le même sens que lors de l'aimantation individuelle de ses éléments.

On voit, par les fantômes magnétiques (*fig.* 5), combien est régulière l'aimantation ainsi produite.

Si accidentellement l'aimantation de l'un des barreaux était inverse de celle du faisceau, on s'en apercevrait immédiatement au simple examen du fantôme. On peut aussi explorer le faisceau au moyen d'une petite pointe de fer doux qu'on applique successivement sur chacune des extrémités polaires d'une même face, ce qui transporte ce pôle à l'extrémité libre de la pointe ; une très petite aiguille aimantée, celle d'une boussole-breloque, par exemple, détermine sans difficulté la nature de ce pôle.

(1) Je dois ces indications à l'obligeance de MM. Ch. Pinat et Cie, propriétaires des Hauts Fourneaux et Forges d'Allevard.

Fig. 5.
Fantômes magnétiques.



(Parallèle à l'axe magnétique et perpendiculaire à l'axe de rotation).

(Parallèle à l'axe magnétique et à l'axe de rotation).

(Perpendiculaire à l'axe magnétique).

On conserve l'aimant, comme à l'ordinaire, en fermant son circuit magnétique par des armatures en fer doux. Toutefois, pendant la durée des expériences définitives, l'aimant n'a pas été placé entre ses armatures afin d'éviter toute variation magnétique.

Il est à remarquer que le faisceau ne conserve pas tout son magnétisme primitif. Immédiatement après sa construction, le moment de mon faisceau était d'environ 4000 unités C.G.S. Cette valeur a d'abord baissé rapidement, puis lentement, et s'est fixée, au bout de quelques jours, trois ou quatre, à 3300 environ. Cette valeur a peu varié pendant les trois ans qu'a duré mon travail. De légères variations se produisent encore, soit lorsqu'on vient de retirer l'aimant de ses armatures, soit lorsqu'on a dû le mettre en contact, même indirect, avec des masses de fer : étau, tour, etc. Un tel contact produit toujours une diminution du moment; mais, par le repos, ce moment reprend très sensiblement sa valeur primitive.

Tout ce que je viens de dire s'applique à l'acier d'Allevard que j'ai employé et au mode d'aimantation que j'ai suivi; peut-être, dans d'autres circonstances, obtiendrait-on d'autres résultats, les données expérimentales concernant le magnétisme et provenant de divers expérimentateurs étant, à certains points de vue, souvent contradictoires.

Voici quelques nombres qui montrent la constance de $\mathfrak{M}$. On a inscrit, en même temps, la valeur de la composante $\mathfrak{H}$ horizontale du magnétisme terrestre, à l'époque des mesures et à l'endroit où on les effectuait.

Dates.	Valeurs de $\mathfrak{M}$ (en unités C.G.S.).	Valeurs de $\mathfrak{H}$ (en unités C.G.S. ou gauss).	Température.
			°
27 août 1893.....	3318,09	0,207284	17,5
9 septembre 1893 ..	3380,21	0,201636	16,75
8 mai 1894.....	3249,07	0,205851	12,5

Dates.	Valeurs de $\mathfrak{M}$ (en unités C.G.S.).	Valeurs de $\mathfrak{H}$ (en unités C.G.S. ou gauss).	Température.
11 mai 1894.....	3248,84	0,206236	12,5
29 mai 1894.....	3292,70	0,205354	12,7
21 juin 1894.....	3308,12	0,207368	14,4
19 juillet 1894.....	3298,84	0,205051	16,0

La série des valeurs de $\mathfrak{M}$ montre que l'aimant se maintient assez constant. Du reste, ce tableau a été dressé pour montrer surtout que, après la construction et l'adaptation des organes accessoires (mise à l'étau, au tour, etc.) effectuées avant le 27 août 1893, le moment $\mathfrak{M}$ croît. Du 27 août au 9 septembre, l'aimant est resté dans un repos parfait : son moment a augmenté. On observe, au 8 mai, une diminution de $\mathfrak{M}$ qui résulte du travail de l'aimant; on a dû, en effet, dans des essais de courroies, modifier la nature de la poulie, ce qui a exigé l'emploi de l'étau et du tour, et autres outils. La mesure faite le 11 mai, qui ne diffère pas de $\frac{1}{10000}$ de celle du 8 mai, montre la rigueur des méthodes de mesures magnétiques telles que je les ai conduites. Du 8 au 11 mai, l'aimant a servi à de très fréquentes mesures de force électromotrice.

Du 11 au 29 mai, soit pendant 18 jours, l'aimant est resté dans la cave, c'est-à-dire à température constante et au repos; on voit qu'il a encore augmenté. L'augmentation a continué après les expériences faites le 29 mai : l'aimant a été descendu à la cave jusqu'au 21 juin.

Du 21 juin au 19 juillet, l'aimant a subi plusieurs oscillations de température, entre 15° et 35°; il s'est maintenu constant, malgré cela, à moins de 0,003 près de sa valeur.

La composante $\mathfrak{H}$ est très variable d'une mesure à l'autre; mais chacune d'elles a été faite de très bon matin, aux heures où le champ restait constant, aucun déplacement d'aimants ou de fer n'ayant lieu.

Correction d'excentricité des pôles. — A la distance

tranversale a du centre de la bobine, le champ $\mathcal{H}_a$ a pour valeur

$$\mathcal{H}_a = 4\pi n_1 \left[1 - C\left(1 - \frac{3}{2}\frac{a^2}{l^2}\right)\right].$$

On obtient une limite supérieure de la correction en prenant a égal à r; le terme en a prend alors la valeur $\frac{3}{2}\frac{r^2}{l^2} = 0{,}033$. Comme le terme C est de l'ordre du centième ou, plus exactement, égal à 0,01081, la correction due à l'excentricité des pôles se réduit à 0,000357. Il suit de là qu'en adoptant pour la correction en un point quelconque celle relative au centre, on commet une erreur inférieure à 0,0003. On peut estimer plus exactement cette variation en utilisant une remarque due à Kohlrausch. D'après ce physicien, la distance des pôles d'un barreau est égale aux $\frac{5}{6}$ de sa longueur. Dans le cas du faisceau précédent, la demi-longueur moyenne l_{moy} est donnée, ainsi que je vais le montrer, par la formule

$$\begin{aligned} l_{moy} = {} & \frac{3R^2 - n^2}{6m} \operatorname{arc\,tang} \frac{m}{\sqrt{R^2 - m^2 - n^2}} \\ & + \frac{3R^2 - m^2}{6n} \operatorname{arc\,tang} \frac{n}{\sqrt{R^2 - m^2 - n^2}} \\ & - \frac{R^3}{3mn} \operatorname{arc\,tang} \frac{mn}{R\sqrt{R^2 - m^2 - n^2}} \\ & + \tfrac{1}{3}\sqrt{R^2 - m^2 - n^2}; \end{aligned}$$

m et n sont les demi-dimensions transversales du faisceau et R le rayon de la sphère qui le limite. Comme on a

$$2m = 6{,}4, \qquad 2n = 2{,}4 \qquad 2R = 8{,}536,$$

il vient

$$l_{moy} = 3{,}76 \text{ cm.}$$

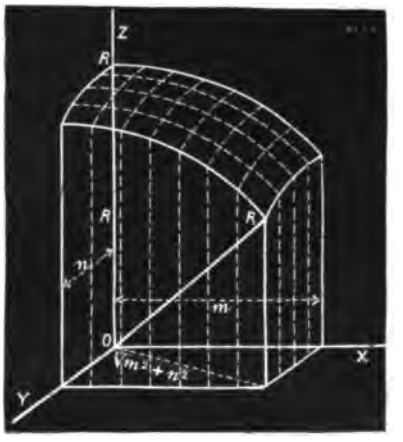
Par suite, la distance des pôles est égale à 6,267 cm. et l'intensité $\mathcal{H}_a$ du champ est égale à

274,132 unités C.G.S.

électromagnétiques.

Calcul de la longueur moyenne l_{moy} — Soient (*fig.* 6)

Fig. 6.



trois axes de coordonnées OX, OY, OZ, choisis de façon à découper $\frac{1}{8}$ du volume de l'aimant. On a évidemment

$$V = 8 \int_0^m \int_0^n z \, dx \, dy = 8 \, mn \, l_{moy}.$$

Comme $z = \sqrt{R^2 - (x^2 + y^2)}$, on a, pour déterminer l_{moy}, l'équation

$$mn \, l_{moy} = \int_0^m dx \int_0^n dy \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

En posant

$$R^2 - x^2 = \alpha^2, \qquad \frac{y}{\alpha} = \sin u,$$

l'intégrale définie en y a pour valeur

$$I_x = \frac{1}{2}\left[(R^2 - x^2) \arcsin \frac{n}{\sqrt{R^2 - x^2}} + n\sqrt{R^2 - x^2 - n^2}\right].$$

Par suite, on est ramené à l'équation

$$2mn \, l_{moy} = \int_0^m (R^2 - x^2) \arcsin \frac{n}{\sqrt{R^2 - x^2}} \, dx + n \int_0^m \sqrt{R^2 - x^2 - n^2} \, dx = I_2 + n I_1.$$

L'intégration de I_1 est immédiate; on a

$$I_1 = \frac{1}{2}\left[(R^2 - n^2)\arcsin\frac{m}{\sqrt{R^2 - n^2}} + m\sqrt{R^2 - m^2 - n^2}\right].$$

Reste à calculer I_2. En intégrant par parties, il vient

$$I_2 = m\left(R^2 - \frac{m^2}{3}\right)\arcsin\frac{n}{\sqrt{R^2 - m^2}} - nR^2 I_3 + \frac{n}{3} I_4;$$

en posant

$$I_3 = \int_0^m \frac{x^2\,dx}{(R^2 - x^2)\sqrt{\beta^2 - x^2}},$$

$$I_4 = \int_0^m \frac{x^4\,dx}{(R^2 - x^2)\sqrt{\beta^2 - x^2}},$$

β^2 désigne la différence $R^2 - n^2$.

I_3 et I_4 s'intègrent au moyen des fractions rationnelles, en posant

$$\sqrt{\beta^2 - x^2} = \beta + xv.$$

Mais il est plus rapide d'opérer comme il suit :

On a

$$I_2 = m\left(R^2 - \frac{m^2}{3}\right)\arcsin\frac{n}{\sqrt{R^2 - m^2}} - \frac{n}{3} I_5,$$

en posant

$$I_5 = \int_0^m \frac{x^2(3R^2 - x^2)}{R^2 - x^2}\,\frac{dx}{\sqrt{\beta^2 - x^2}}.$$

On peut écrire

$$I_5 = \int_0^m \left(\frac{2R^4}{R^2 - x^2} - 2R^2 + x^2\right)\frac{dx}{\sqrt{\beta^2 - x^2}}$$

En effectuant le changement de variable

$$x = \beta\sin\varphi,$$

il vient

$$I_5 = \int_0^{\arcsin\frac{m}{\beta}} \left(\frac{2R^4}{R^2 - \beta^2\sin^2\varphi} - 2R^2 + \beta^2\sin^2\varphi\right)d\varphi,$$

ou

$$I_5 = \frac{2R^3}{n}\int_0^{\arcsin\frac{m}{\beta}} \frac{d\left(\frac{n}{R}\tang\varphi\right)}{1+\frac{n^2}{R^2}\tang^2\varphi} - \left(2R^2-\frac{\beta^2}{2}\right)\int_0^{\arcsin\frac{m}{\beta}} d\varphi$$
$$-\frac{\beta^2}{2}\int_0^{\arcsin\frac{m}{\beta}} \cos 2\varphi\, d\varphi.$$

On obtient donc enfin

$$I_5 = \frac{2R^3}{n}\arctang\left(\frac{n}{R}\frac{m}{\sqrt{R^2-m^2-n^2}}\right) - \left(2R^2-\frac{\beta^2}{2}\right)\arcsin\frac{m}{\sqrt{R^2-n^2}} - \frac{m\sqrt{R^2-m^2-n^2}}{2}.$$

D'où, après calculs,

$$l_{moy} = \frac{3R^2-n^2}{6m}\arcsin\frac{m}{\sqrt{R^2-n^2}} + \frac{3R^2-m^2}{6n}\arcsin\frac{n}{\sqrt{R^2-m^2}} - \frac{R^3}{3mn}\arctang\frac{mn}{R\sqrt{R^2-n^2-m^2}} + \tfrac{1}{3}\sqrt{R^2-m^2-n^2},$$

ou, en remplaçant le sinus par sa valeur en fonction de la tangente :

$$l_{moy} = \frac{3R^2-n^2}{6m}\arctang\frac{m}{\sqrt{R^2-m^2-n^2}} + \frac{3R^2-m^2}{6n}\arctang\frac{n}{\sqrt{R^2-m^2-n^2}} - \frac{R^3}{3mn}\arctang\frac{mn}{R\sqrt{R^2-m^2-n^2}} + \tfrac{1}{3}\sqrt{R^2-m^2-n^2}.$$

Intensité d'aimantation. — Le diamètre de la sphère qui limite l'aimant, mesuré au cathétomètre, a été trouvé égal à 8,550 cm.; par suite, $R = 4,275$ cm.

D'autre part, $m = 3,2$ cm., $m = 1,2$ cm., $l_{moy.} = 3,76$ cm.

Le volume total de l'aimant, à savoir : $8mnl_{moy.}$ est donc égal à 115,5 cm³.

En retranchant le volume occupé par l'aluminium, 37,3 cm³, il reste pour le volume vrai de l'aimant

78,2 cm³.

Son moment étant d'environ 3300 unités C.G.S., son intensité d'aimantation est de 42,2; l'intensité d'aimantation apparente serait de 28,6.

Remarque. — Ce nombre peut paraître faible pour de l'acier d'Allevard; mais cela tient à la forme du faisceau.

Un faisceau semblable, mais formé d'aimants en acier fondu avait un moment d'environ 1250 unités seulement.

J'ai d'ailleurs mesuré les moments de deux petits barreaux séparés, constitués, l'un avec de l'acier d'Allevard, l'autre avec de l'acier fondu, ayant comme section : le premier, un carré de 4 mm. de côté, une longueur de 8,35 cm., soit un volume de 1,336 cm³; le deuxième, un carré de 5 mm. de côté, une longueur de 8,4 cm, soit un volume de 2,10 cm³. Leurs moments respectifs étant de 306,7 et 300,4, l'intensité d'aimantation $\mathfrak{I}$ est de 229,56 pour l'acier d'Allevard, et 143,04 pour l'acier fondu. L'intensité d'aimantation 229,56 est, à ma connaissance, la plus forte qu'on ait su obtenir jusque-là.

J'ai enfin effectué une dernière expérience, destinée à montrer l'heureuse influence de la division de la masse magnétique en aimants séparés. J'ai déterminé l'intensité d'aimantation d'un bloc d'acier de forme parallélépipédique, trempé et aimanté dans le sens de sa plus grande dimension. Les trois arêtes étaient respectivement égales à

2,9 cm., 5,9 cm. et 8,9 cm., soit un volume de 142,013 cm^3. Au bout de quelques jours, j'ai trouvé son moment égal à 843,27 unités; ce qui conduit pour 3 à la valeur 5,94. On voit par là la nécessité de séparer les aimants constituant un faisceau, puisque l'intensité d'aimantation, dans le cas de mes expériences et même pour l'acier fondu, se trouve par là rendue environ trois fois plus grande.

De tous les aciers que j'ai essayés, l'acier spécial d'Allevard s'est montré très supérieur, ainsi qu'on l'a reconnu déjà depuis longtemps.

Influence de la largeur du contact. — En réalité, on ne ferme pas mathématiquement le circuit à l'instant seul du maximum de la force électromotrice. Celui-ci reste fermé pendant la durée de passage du contact dont nous désignerons l'épaisseur angulaire par 2ε.

La force électromotrice moyenne correspondante a pour expression

$$E_{moy.} = \frac{E_{max.}}{2\varepsilon} \int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\varepsilon} \sin\alpha \, d\alpha = E_{max.} \frac{\sin\varepsilon}{\varepsilon} = E_{max.} \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{6}\right).$$

Le diamètre du commutateur étant égal à 3,810 cm., et l'épaisseur du plus étroit des contacts de 0,275 cm., on a

$$E_{moy.} = E_{max.} \left(1 - \frac{\overline{0,275}^2}{6 \times \overline{3,810}^2}\right) = E_{max.} \times 0,999\,132.$$

C'est cette moyenne de la force électromotrice, qui est accusée par l'électromètre capillaire, qui me servait à établir l'équilibre.

Mesures magnétiques.

J'ai mesuré, comme l'a fait Gauss, le produit $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$ et le rapport $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$ du moment magnétique de l'aimant $\mathfrak{M}$ et de la composante horizontale $\mathfrak{H}$ du champ terrestre.

Mesure de $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$.

On détermine ordinairement le produit $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$ par la méthode des oscillations. Ce mode de mesure exige des corrections relatives à la variation du couple moteur, au magnétisme induit, à la torsion des fils de suspension, etc.

J'ai préféré équilibrer le couple inconnu au moyen du couple de torsion d'un fil, connu en valeur absolue, grâce à des expériences préliminaires. Si θ est l'angle de torsion du fil qui correspond à l'équilibre, l'axe magnétique de l'aimant étant perpendiculaire au plan du méridien, on a

$$\mathfrak{M}\mathfrak{H} = c\theta,$$

c étant la constante de torsion du fil. En opérant ainsi, on supprime les corrections plus ou moins incertaines qu'exige la méthode qui consiste à faire osciller l'*aimant*.

Détermination de la constante de torsion. — J'ai employé pour cela la méthode dynamique (1); on sait qu'elle consiste à suspendre au fil une masse de moment d'inertie connu par rapport au fil et à mesurer ensuite la durée T de l'oscillation.

Si K désigne le moment d'inertie et T la durée d'oscil-

(1) Cette méthode très simple est bien plus précise que la méthode statique, dans laquelle il est impossible d'éviter l'effet des frottements.

Les inconvénients signalés pour les oscillations de l'*aimant* n'interviennent plus ici.

lation, le facteur cherché est donné par la formule

$$c = \frac{4\pi^2 K}{T^2}.$$

En suspendant un solide de révolution suivant son axe, l'effet de l'air est absolument négligeable ; la forme cylindrique est d'ailleurs indiquée, étant la plus facile à obtenir au moyen du tour. Le calcul suppose le cylindre parfaitement homogène, c'est-à-dire bien *fondu,* sans soufflures et sans liquation. Les métaux purs qui se *coulent* bien, tels que le zinc, l'étain et le laiton *de bonne qualité,* conviennent parfaitement. Quant au cuivre rouge, il est presque impossible de l'obtenir absolument *sain,* à cause d'une sorte de rochage. Dans le travail des cylindres, on peut employer la scie et le tour, mais il faut bannir le marteau.

Dans les expériences préliminaires, j'ai étudié soigneusement la méthode sur un fil de torsion en laiton de 182,15 cm. de longueur, et de 0,0435 cm. de diamètre; ce fil était soudé à sa partie inférieure suivant l'axe d'une très courte tige cylindrique, portant un miroir destiné à la lecture des oscillations, et se vissant au centre de la base supérieure des cylindres.

Si M est la masse du cylindre, D son diamètre, le moment d'inertie K du cylindre estimé par rapport à son axe a pour valeur

$$K = \frac{MD^2}{8}.$$

On tient compte de l'influence du trou et de la pince par une correction, qui est d'ailleurs très faible.

En variant la nature et la dimension des cylindres, la valeur obtenue pour c a elle-même varié de 738,7 à 752,9. Après un très grand nombre d'essais, j'ai remarqué que les écarts provenaient du défaut de centrage de la tige de suspension. Il est en effet difficile, même sur le tour, de

percer le trou taraudé, qui sert à visser celle-ci, rigoureusement au centre, et dans la direction de l'axe. Le cylindre oscille alors autour d'un axe coupant l'axe de révolution au centre de gravité, sous un certain angle. S'il s'agit d'un cylindre plat, son moment d'inertie se trouve alors diminué; le contraire a lieu pour un cylindre allongé. J'ai observé, en effet, que les premiers conduisaient, pour c, à des valeurs trop fortes, et les seconds, à des valeurs trop faibles. Il est clair, par raison de continuité, qu'il existe une forme de cylindres pour laquelle l'inclinaison de l'axe de révolution sur celui d'oscillation est sans influence. Il est aisé de calculer le rapport de la hauteur H au rayon R qui caractérise cette forme.

En effet, l'ellipsoïde d'inertie relatif au centre de gravité du cylindre et rapporté à l'axe de révolution, a pour équation

$$A(X^2 + Y^2) + CZ^2 = 1.$$

C est le moment d'inertie par rapport à l'axe de révolution, et A le moment d'inertie par rapport à un axe quelconque passant par le centre de gravité, et perpendiculaire à l'axe de révolution. La condition pour que les moments d'inertie relatifs à des axes quelconques, passant par le centre de gravité, soient égaux, est que l'ellipsoïde d'inertie se réduise à une sphère. Il faut et il suffit pour cela que l'on ait $A = C$ ou, en remplaçant A et C par leurs valeurs

$$\frac{MD^2}{8} = M\left(\frac{D^2}{16} + \frac{H^2}{12}\right).$$

On tire de là

$$H = \frac{D\sqrt{3}}{2} = 0{,}866\,D = R\sqrt{3}.$$

J'ai construit quatre cylindres satisfaisant à la condition précédente; deux d'entre eux étaient en laiton de bonne qualité, le troisième en zinc, et le quatrième en étain.

En employant ces cylindres, les valeurs obtenues pour c sont restées comprises entre 745,8 et 746,8.

Voici le Tableau des résultats :

	Diamètre.	Masse.	Valeur de c.
Laiton n° 1...	4,938	679,915	746,4
Laiton n° 2...	5,601	953,980	745,8
Zinc.....	5,865	990,005	746,5
Étain.....	5,815	964,415	746,8
		Moyenne...	746,4

Remarque. — Il importe d'employer des cylindres de grand diamètre de façon à réduire l'erreur relative à leur mesure. Si D est grand, H l'est aussi; mais on est rapidement limité par la charge que peut supporter le fil sans inconvénients. On peut alors tourner la difficulté en substituant au cylindre plein un tube; on a, de plus, dans ce cas, l'avantage de réduire l'erreur due au défaut d'homogénéité, comme l'a remarqué déjà Lord Kelvin. La formule qui relie la hauteur du tube aux diamètres de ses faces, pour que l'excentrage de l'axe de suspension soit sans effet, est alors

$$H = \frac{\sqrt{D^2 + D'^2}\sqrt{3}}{2},$$

D et D' désignant les diamètres extérieur et intérieur du tube.

Dans mes expériences définitives, j'ai employé un fil d'argent. A charge égale, le fil d'argent est celui qui peut être choisi de façon à donner le plus faible couple de torsion : l'angle θ est le plus grand possible, et, par suite, peut être connu avec la plus faible erreur relative (1).

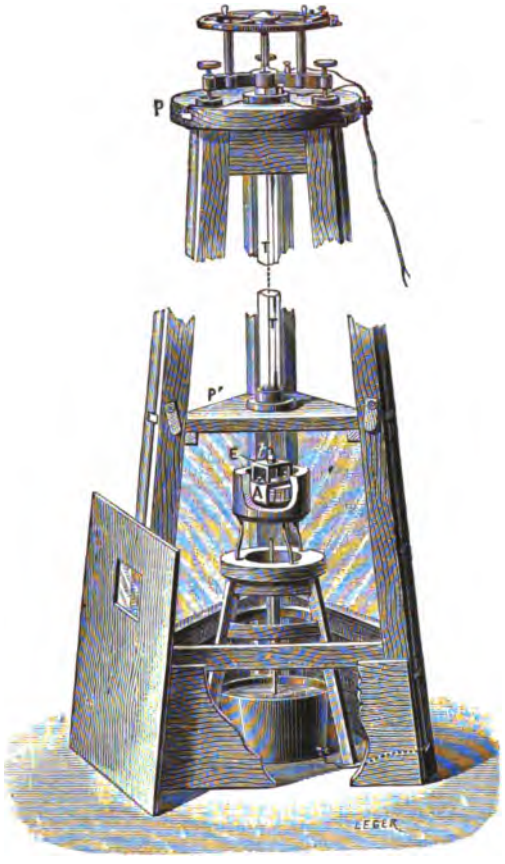
Détermination expérimentale de c. — Un fil d'argent

(1) Le coefficient de Coulomb $\mu = \frac{cl}{d^4}$, relatif au laiton que j'ai étudié, a pour valeur $3{,}80.10^{10}$.

Pour l'argent $\mu = 2{,}81.10^{10}$.

(*fig.* 7) de 190 cm. de longueur et de 0,049 cm. de diamètre était soudé à sa partie supérieure suivant l'axe d'un cylindre de laiton vissé au centre d'une alidade à double

Fig. 7.



vernier, et perpendiculairement à son plan. Les verniers de l'alidade sont relatifs à un cercle divisé disposé horizontalement, et supporté par un trépied massif en cuivre muni de vis calantes. Ce micromètre de torsion, dont le cercle divisé a 25 cm. de diamètre environ, est installé sur

une plate-forme P en chêne qui termine un trépied massif d'environ 2,50 m. de hauteur fixé au sol au moyen d'équerres en cuivre.

Un tube en verre T, reposant sur une plate-forme P′, protège le fil contre les courants d'air. Au-dessous de cette plate-forme est ménagée une caisse vitrée au centre de laquelle tombe l'extrémité de la tige filetée t qui termine le fil et porte le miroir. La tige étant vissée dans l'un des cylindres (¹), on observe les oscillations par la méthode des passages, et par le dispositif de la règle transparente de Carpentier.

La lecture des passages s'effectue à loisir au moyen d'un chronomètre à pointage. Les mesures de temps sont, en réalité, rapportées à un chronomètre de Breguet, récemment vérifié, et qui m'a servi dans toutes mes déterminations.

Le pointeur est mis en marche à l'instant où le chronomètre commence une minute, et l'on note l'époque. Pour tenir compte du faible décalage que peuvent présenter les deux appareils, il suffit de pointer les battements de la seconde du chronomètre.

Voici, à titre d'exemple, le Tableau des lectures relatives à une mesure de T :

31 *janvier* 1893 (*Gros cylindre de laiton*).

Heure initiale, $3^h 27^m$ (décalage : $-\frac{1}{2}$ division, soit $-0^s,125$).

	Passages.	Différences.		Demi-différences.	Heure initiale.
	s		s	s	s
1...	20,125	1–6	65,875	32,937	53,062
2...	33,375	2–5	39,250	19,625	53,000
3...	46,500	3–4	13,125	6,563	53,063
4...	59,625	(Durée moyenne			———
5...	72,625	des 5 oscillations.)		Moyenne...	53,042
6...	86,000	$13^s,175$			

(¹) Sur la figure, le cylindre n'est pas représenté; il est remplacé par l'étrier E supportant l'aimant.

Fin de l'expérience, $3^h 49^m$ (décalage : $-\frac{1}{2}$ division, soit $-0^s,125$).

	Passages.	Différences.	Demi-différences.	Heure finale.
	m s	s	s	s
1...	0.28,750	1-6 65,750	32,875	61,625
2...	0.42,000	2-5 39,375	19,677	61,677
3...	0.55,125	3-4 13,250	6,625	61,750
4...	1. 8,375	(Durée moyenne		
5...	1.21,375	des 5 oscillations.)	Moy...	61,684
6...	1.34,500	$13^s,150$		$= 1^m 1^s,684$

(Il est inutile de tenir compte des décalages, qui sont égaux dans cette expérience.)

Temps initial..... $3^h 27^m 53^s,042$
Temps final..... $3^h 50^m 1^s,684$

Durée totale : 22 m. 8,642 s. = 1328,642 s.
Durée moyenne approchée d'une oscillation : 13,162 s.
Nombre d'oscillations : 101 (le quotient est 100,9).
Durée vraie : 13,1549 s.

Calcul de K. — On a vu que l'on a

$$K = \frac{MD^2}{8},$$

K étant la masse d'un cylindre plein. Si M' est la masse du cylindre dans lequel on a percé un trou de diamètre d et de profondeur h, on a

$$M = M' \frac{D^2 H}{D^2 H - d^2 h}.$$

D'autre part, le moment d'inertie k_1, relatif à la tige de diamètre d_1 et de masse m_1, a pour valeur

$$k_1 = m_1 \frac{d_1^2}{8} = \frac{\pi d_1^2}{4} l \delta \frac{d_1^2}{8},$$

l étant la hauteur de la tige et δ la densité de sa substance.

Si m_2 est la masse du miroir, le terme principal de son moment d'inertie a pour valeur

$$k_2 = m_2 \frac{d_1^2}{4}.$$

Ces derniers termes correctifs ont des valeurs très faibles. En effet, dans mes expériences, les valeurs des facteurs qui interviennent étaient

l	2,635 cm.
d_1	0,925 cm.
δ	8,448 g : cm^3
m_2	0,1 g.

et, par suite,

k_1	1,60	$k = k_1 + k_2 = 1,62$
k_2	0,02	

On dispose, comme l'indique le Tableau suivant, le calcul du terme relatif au moment d'inertie (il est établi pour le gros cylindre de laiton) :

Masse	953,980 g.
Diamètre	5,5956 cm.
Hauteur	4,830 cm.
Diamètre du trou	0,3 cm.
Profondeur	0,9 cm.

$$D^2 H = 151,231,$$
$$d^2 h = 0,081,$$
$$D^2 H - d^2 h = 151,150,$$
$$K = M \frac{D^2 H}{D^2 H - d^2 h} \frac{D^2}{8} = 3735,73,$$
$$K + k = 3737,35.$$

Calcul de c. — On a

$$c = \frac{4\pi^2 (K + k)}{T^2}.$$

Tableau des diverses valeurs.

Laiton.

T.	Moyenne.
13,1549	
13,1520	$13^s,1549$,
13,1578	

$c = 852,606.$

Zinc.

T.	Moyenne.
14,0530	
14,0400	$14^s,0447$,
14,0410	

$c = 852,923.$

Étain.

T.	Moyenne.
13,7496	
13,7386	$13^s,7422$,
13,7385	

$c = 852,724.$

Moyenne générale (de 9 déterminations) :

852,751.

(Les écarts entre les moyennes pour chaque cylindre sont plus faibles que ceux des valeurs trouvées pour un même cylindre.)

Le fil de torsion ayant été accidentellement rompu au niveau de la tige, j'ai dû redéterminer la nouvelle constante. Je l'ai trouvée égale à $c = 858,219$. J'ai remarqué que le rapport de cette valeur à la précédente était égal au rapport inverse des longueurs du fil; ce qui montre que le coefficient de torsion du fil est resté rigoureusement constant pendant les deux premières années d'expériences. Je me suis assuré, en outre, que la valeur de la constante n'était pas modifiée, même en faisant passer dans le fil un courant de 1,5 ampères d'intensité, ce qui

correspond à une densité de courant de 7 à 8 ampères par millimètre carré.

Le fil n'est pas modifié par la charge, en restant, bien entendu, au-dessous de la limite d'élasticité. J'ai trouvé pour c la même valeur en employant le fil vierge, et après lui avoir laissé porter pendant plusieurs jours une masse d'environ 1200^{gr}.

Tous mes appareils relatifs aux mesures magnétiques étaient installés dans une cave profonde, de l'ancien Laboratoire des Recherches physiques de la vieille Sorbonne; la température se maintenait bien constante, et je me trouvais à la fois à l'abri des trépidations et le plus loin possible des masses magnétiques du laboratoire.

Détermination du méridien magnétique. — La première opération à effectuer consiste à déterminer la direction du méridien (*fig.* 8). J'ai employé à cet effet un solénoïde parfait. En suspendant ce solénoïde à l'extrémité du fil d'argent et le faisant traverser par un courant, son axe tend à s'orienter dans la direction du méridien. On est assuré que l'axe de la bobine est rigoureusement dans le plan du méridien, le fil étant sans torsion, lorsque le spot reste fixe sur l'échelle, que le courant passe ou soit interrompu. On atteint ce résultat en tournant méthodiquement l'alidade du micromètre de torsion, après avoir orienté au jugé l'axe de la bobine avant le passage du courant, qui doit être lancé dans la bonne direction. On est assuré du passage du courant en observant une lampe à incandescence intercalée dans le circuit et qui rougit faiblement lorsque le courant passe. Cette lampe introduit dans le circuit une résistance de 35 ohms environ. La bobine est alors traversée par un courant dont l'intensité est d'environ 0,75 d'ampère; dans ces conditions, le moment magnétique de la bobine est sensiblement égal à celui de l'aimant.

Constantes de la bobine employée à cet usage. — La

carcasse du solénoïde est formée d'un cylindre d'aluminium, creux, obtenu par moulage, ayant 15 cm. environ de diamètre et 0,5 cm. d'épaisseur; ce tube porte deux entre-

Fig. 8.

toises intérieures qui s'opposent à toute flexion. Le tube a été tourné intérieurement et extérieurement, et porte un fil d'aluminium d'un diamètre de $\frac{30}{100}$ de millimètre, couvert de trois couches de soie blanche, plusieurs fois gommelaquée. Le fil a un diamètre total de $\frac{40}{100}$ de millimètre et

est enroulé sur hélice. L'axe géométrique d'une bobine ainsi construite est parfaitement déterminé et coïncide rigoureusement avec son axe magnétique.

Voici quelques constantes relatives à cette bobine :

Masse totale, environ.....	1 kg.
Pas de l'hélice d'enroulement.	0,0499267 cm.
Nombre total des spires.....	234
Nombre de spires par centimètre	20,0294
Diamètre du fil.....	0,030 cm.
Diamètre moyen de la bobine.	14,980 cm.
Moment magnétique pour un ampère.....	4124,1
Résistance électrique à 15°..	54,068 ohms
Résistance d'isolement.....	250 mégohms.

Mesure de θ. — On substitue à la bobine l'aimant dont l'axe est perpendiculaire par construction à celui de la bobine par rapport à la pièce d'aluminium. Il faut remarquer que, *dans toutes les mesures,* l'aimant réel fonctionne comme un aimant dont l'axe serait rigoureusement perpendiculaire à la monture d'aluminium qui a une position fixe et parfaitement déterminée par rapport au faisceau (1). En agissant sur le fil de torsion, par la rotation de l'alidade, on empêche l'aimant de s'orienter comme la bobine, et l'on s'arrange de manière à maintenir le spot sur la division qu'il occupait lors de l'orientation de la bobine : l'aimant est alors maintenu perpendiculaire au plan du méridien magnétique par l'action du couple de torsion. Notant les verniers pour les positions initiale

(1) Comme il est impossible de connaître exactement la direction de l'axe magnétique résultant, tout a été repéré sur la monture d'aluminium. En réalité, on ne mesure et on n'utilise que la composante du moment magnétique perpendiculaire à la monture d'aluminium. Il est bien évident que cette composante se confond pratiquement avec le moment lui-même.

et finale, on en pourrait déduire l'angle θ; mais il est préférable d'opérer de manière à éliminer les erreurs accidentelles et surtout l'erreur qui provient d'une incertitude possible sur la direction du méridien. Pour cela, on emploie deux miroirs, montés à 180° sur un petit collier qui peut être fixé dans une position convenable au moyen d'une vis de serrage sur la tige de l'étrier E. Plaçons-nous dans le cas où l'un des miroirs, que nous appellerons *miroir n°* 1, regarde la règle, l'aimant étant orienté de façon que son pôle marqué (*pôle nord*) soit à l'ouest, la poulie étant tournée vers le haut. Ayant effectué les lectures des verniers, on tourne l'alidade de façon à amener le pôle marqué à l'est en le faisant passer par le nord, par exemple. C'est alors le deuxième miroir qui envoie un spot sur la règle; on modifie la position de l'alidade de façon que le spot n° 2 prenne exactement la position qu'occupait précédemment le spot n° 1, et l'on fait la lecture des verniers. L'angle compris dans les deux lectures, en tenant compte du sens de la rotation, est égal à $\pi + 2\theta$. On obtient ainsi une valeur de θ.

Pour éliminer une variation possible dans la direction du champ, on ramène l'aimant dans sa position première par une rotation inverse. Une nouvelle lecture des verniers fournit une nouvelle valeur de θ.

Dans le but de répéter les mesures et d'éliminer l'influence de dissymétries possibles, je répète les mêmes lectures, en faisant passer cette fois le pôle marqué par le sud, jusqu'à ce qu'il soit perpendiculaire au méridien. Après lecture, on revient enfin par une rotation inverse de l'alidade à la position initiale.

En opérant ainsi, on est conduit à effectuer sur chaque vernier 5 lectures, ce qui fournit 8 valeurs pour l'angle θ.

Ayant retourné l'aimant face pour face, de manière que la poulie soit à la partie inférieure, on répète la même manœuvre, ce qui fournit 8 nouvelles valeurs pour θ. La

moyenne des 16 valeurs ainsi obtenues est celle que je substitue dans la formule.

Afin d'éviter les inconvénients de divers ordres qui résultent des oscillations de l'aimant, celui-ci était placé à l'intérieur d'un cylindre de cuivre électrolytique ayant 7,5 cm. de hauteur et 2,5 cm. d'épaisseur. On obtient ainsi un amortisseur très supérieur aux amortisseurs à ailettes et à liquide que j'ai essayés et que j'ai employés pour l'orientation de la bobine.

La règle transparente portait des traits de 10 cm. de hauteur, de façon que les spots des deux miroirs restent sur la règle, bien que leurs axes présentent une différence d'inclinaison sur l'horizon (1).

Remarque. — On a supposé les axes des deux miroirs situés dans un même plan vertical, ce qui était le cas, dans mes recherches; mais il est facile, d'une manière générale, d'évaluer cet angle en divisions de la règle et d'en tenir compte. Il suffit de suspendre au fil un objet non magnétique — la bobine, sans courant — et de lire la position du spot; on tourne alors l'alidade de 180°, et l'on relève la nouvelle position du spot. Dans mon dispositif, les deux positions se sont trouvées identiques.

Voici un Tableau relatif à une série de mesures donnant l'angle θ.

Mesure de θ. — 19 *juillet* 1894.

Première partie. — La direction du méridien correspond à la division 27,50 de la règle transparente.

Miroir n° 1 regardant la règle; pôle marqué de l'aimant à l'ouest, sa poulie en dessus.

(1) On peut facilement établir un dispositif permettant à un seul opérateur d'agir sur le micromètre de torsion, tout en observant les divisions de la règle. Il suffit d'adopter la méthode de Poggendorff, la lunette étant disposée verticalement près du micromètre, un prisme à réflexion totale renvoyant suivant son axe l'image de la règle réfléchie par le miroir mobile.

Vernier n° 1.		Vernier n° 2.	
α'_1.	β'_1.	α'_2.	β'_2.
290° 9′,50	19° 18′,00	110° 10′,00	199° 21′,25
289.39,00	19.10,50	109.37,50	199.11,25
289.26,00		109.26,00	
$4\alpha'_1 = 1158°53',50$	$4\beta'_1 = 76°57',00$	$4\alpha'_2 = 438°51',00$	$4\beta'_2 = 797°\ 5',00$

Pour obtenir ces sommes, on additionne les valeurs extrêmes de α'_1 et α'_2, et l'on prend deux fois la valeur intermédiaire. On prend deux fois les valeurs de β'_1 et β'_2 :

$$4(\alpha'_1 - \beta'_1) = 1158°53',50 - 76°57',00 = 1081°56',50$$
$$4(\beta'_2 - \alpha'_2) = 797°\ 5',00 - 438°51',00 = 358°14',00$$

(L'aimant est retiré, et l'on fait la mesure de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$.)

Deuxième partie. — Miroir n° 2 en regard de la règle; pôle marqué de l'aimant à l'est, sa poulie en dessous.

Le méridien correspond à la division 28,90 de la règle.

Vernier n° 1.		Vernier n° 2.	
α''_1.	β''_1.	α''_2.	β''_2.
16° 34′,00	287° 0′,00	196° 35′.00	106° 58′,50
17. 0,00	287,13,75	197. 3,00	107.14,25
17. 6,00		197. 8,50	
$4\alpha''_1 = 67.40,00$	$4\beta''_1 = 1148.27,50$	$4\alpha''_2 = 787.49,50$	$4\beta''_2 = 428.25,50$

$$4(\beta''_1 - \alpha''_1) = 1080°47',50, \qquad 4(\alpha''_2 - \beta''_2) = 359°24',00.$$

D'où :

$$8(\beta_1 - \alpha_1) = 2162°44',00, \qquad 8(\alpha_2 - \beta_2) = 717°, 38'00,$$
$$\beta_1 - \alpha_1 = 270°20',50, \qquad \alpha_2 - \beta_2 = 89°42',25.$$

En retranchant, on a

$$4\theta = 180°38',25,$$
$$\theta = 45°\ 9',56 = 2709',56,$$

ou, en radians,

$$\theta = 0{,}788178.$$

Calcul de $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$. — On a

$$\mathfrak{M}\mathfrak{H} = c\theta.$$

Or, dans cette expérience, le coefficient de torsion du fil était

$$c = 858{,}219 \text{ et } \theta = 0{,}788178 \text{ radian}$$

d'où

$$\mathfrak{M}\mathfrak{H} = 676{,}429 \text{ unités C. G. S.}$$

(Température : 16°).

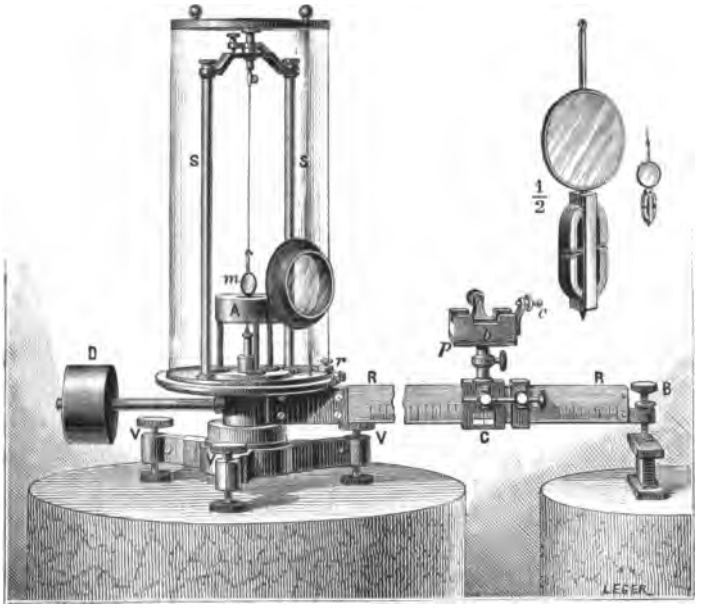
Mesure de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$.

Le magnétomètre que j'ai fait construire dans le but de déterminer $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$ se compose d'un équipage magnétique, formé de deux petits aimants en U (*fig.* 9), dont les pôles de même nom sont en regard. Ce système fonctionne comme un aimant rectiligne dont la longueur serait égale à l'ouverture des U, c'est-à-dire à environ 1 cm. Ces aimants sont formés de deux tiges d'acier coupées dans une même barre, une semblable à celles qui ont servi à la fabrication du gros faisceau. Ces deux aimants ont été chauffés, trempés et aimantés ensemble : par conséquent ils sont aussi identiques que possible, à tous les points de vue, et, par suite, l'aimant résultant possède le plus grand moment qu'on puisse obtenir; de plus, l'axe magnétique du système coïncide avec l'axe transversal de figure.

L'étrier en cuivre dans lequel sont maintenus les deux U porte, à sa partie supérieure, une tige de cuivre, le long de laquelle peut se mouvoir un petit curseur en aluminium, auquel est collé un miroir sphérique de 3 cm. de largeur et d'environ 375 cm. de rayon. Au crochet qui ter-

mine la tige est collé à la cire d'Espagne un fil de cocon d'environ 25 cm. de longueur. L'extrémité libre de ce fil est prise dans une pince à rotule portée par le support SS. L'équipage magnétique se meut à l'intérieur d'un cylindre de cuivre électrolytique A, ayant 3 cm. de hau-

Fig. 9.



teur, 8 cm. de diamètre extérieur, et 1,6 cm. de diamètre intérieur. Cet amortisseur est supporté par un trépied qui repose sur la plate-forme par l'intermédiaire de trois disques de laiton, recouverts de toile verrée : on évite ainsi le déplacement du trépied par l'effet des trépidations. La plate-forme porte au centre une tige cylindro-conique perpendiculaire à son plan, et qui vient en regard d'une pointe analogue dont est muni l'étrier qui porte l'équipage magnétique, lorsque celui-ci est centré.

Autour de l'axe d'un trépied massif, muni de vis calantes V, on peut faire tourner la règle RR et son contrepoids D; les pièces frottantes sont en bronze d'aluminium, alliage très dur, et qui convient parfaitement pour cet usage. Le long de la règle peut glisser un chariot analogue à celui du cathétomètre, et qui entraîne dans son mouvement une plate-forme sur laquelle est vissée une pièce de buis *b* épousant la forme de l'aimant, et munie de butées mobiles *c* permettant de caler celui-ci dans une position bien déterminée. L'extrémité de la règle porte une vis d'appui, qui vient reposer sur des équerres en cuivre scellées sur quatre piliers en maçonnerie (*fig.* 8 et 9) disposés dans les directions N, S, E, O, et sur une même circonférence. Au centre de cette circonférence est installé le pilier qui supporte le magnétomètre.

La règle de cuivre avait une longueur de 110 cm.

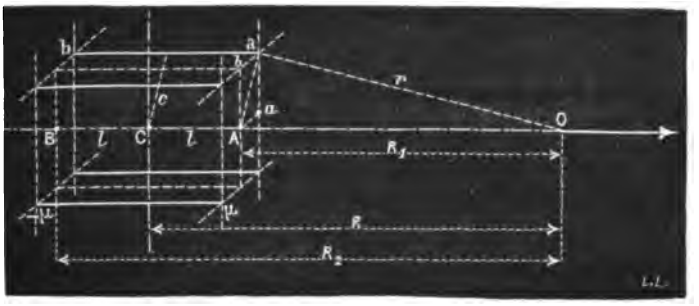
Le spot est observé sur une règle transparente en verre dépoli, divisée en demi-millimètres sur une longueur de 110 cm. Comme le rayon du miroir est d'environ 375 cm., on voit que le spot se déplace sur une circonférence de 25 m. de longueur, ce qui correspond, pour une déviation de 1 degré, à un déplacement de 14 cm. sur la règle. On peut donc apprécier aisément une déviation de 6 secondes, soit environ $\frac{1}{200\,000}$ de circonférence. La règle transparente est installée d'une manière immuable sur un pilier en maçonnerie.

Théorie. — Il est indispensable, pour l'intelligence de la manipulation que j'ai employée, de reprendre la théorie de Gauss, en l'appliquant non plus à un aimant rectiligne, mais à un aimant dont les dimensions transversales sont du même ordre que la longueur.

Première position. — Considérons d'abord la première position de Gauss. Soit (*fig.* 10) OC la direction Est-Ouest, et ab l'un des éléments du faisceau. Calculons le champ au point O et dû à ab, en supposant, pour simplifier

l'écriture, son magnétisme polaire égal à l'unité. Désignons par r, R_1, R, R_2 les distances Oa, OA, OC et OB, et

Fig. 10.



par c, la distance de l'aimant à la direction parallèle OC. Le champ suivant OC, produit au point O par le pôle a, est égal à

$$\mathfrak{G}_1 = \frac{1}{r^2}\cos\alpha = \frac{R_1}{r^3}$$

ou, en remplaçant r par sa valeur, en développant et négligeant les termes suivants,

$$\mathfrak{G}_1 = \frac{1}{R_1^2}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{c^2}{R_1^2} + \frac{15}{8}\frac{c^4}{R_1^4}\right).$$

Il est facile de faire figurer dans l'expression de $\mathfrak{G}_1$ la distance moyenne R et la demi-distance des pôles l. On a, en effet,

$$R_1 = R - l\,;$$

par suite

$$\mathfrak{G}_1 = \frac{1}{R^2}\left(1 - \frac{l}{R}\right)^{-2}\left[1 - \frac{3}{2}\frac{c^2}{R^2}\left(1 - \frac{l}{R}\right)^{-2} + \frac{15}{8}\frac{c^4}{R^4}\left(1 - \frac{l}{R}\right)^{-4}\right],$$

d'où, en se bornant au terme en $\frac{1}{R^4}$,

$$\mathfrak{G}_1 = \frac{1}{R^2}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{c^2}{R^2} + \frac{15}{8}\frac{c^4}{R^4} + 2\frac{l}{R} - 3\frac{l^2}{R^2} + 4\frac{l^3}{R^3} - 5\frac{l^4}{R^4} - 6\frac{lc^2}{R^3} + 3\frac{l^2c^2}{R^4}\right).$$

On calculerait de même le champ en O, suivant OC, dû au pôle b; ce calcul est inutile, car il suffit, pour obtenir $\mathfrak{b}_2$ de changer, dans l'expression de $\mathfrak{b}_1$ la valeur l en $-l$, ainsi que le signe du résultat, puisqu'il s'agit d'un pôle de magnétisme contraire au premier.

Il vient donc, en désignant par $\mathfrak{b}$ le champ total et par μ le magnétisme polaire,

$$\frac{\mathfrak{b}}{\mu} = 4\frac{l}{R^3}\left(1 + 2\frac{l^2}{R^2} - 3\frac{c^2}{R^2}\right)$$

ou

$$\mathfrak{b} = 2\frac{m}{R^3}\left(1 + 2\frac{l^2}{R^2} - 3\frac{c^2}{R^2}\right),$$

m désignant le moment magnétique de l'aimant ab.

On voit qu'au terme en l relatif à la distance des pôles, il faut ajouter un terme en c relatif à l'excentrage de l'aimant élémentaire ab.

Examinons maintenant le cas du faisceau. Par son axe horizontal, faisons passer un plan horizontal et un plan vertical; soit b et a les distances de l'un des aimants du faisceau à ces deux plans. On a alors

$$c^2 = a^2 + b^2$$

et, par suite,

$$\mathfrak{b} = 2\frac{m}{R^3}\left(1 + 2\frac{l^2}{R^2} - 3\frac{a^2 + b^2}{R^2}\right).$$

Le champ total du point O, suivant l'axe, a donc pour expression

$$\mathfrak{b}_l = \Sigma\mathfrak{b} = \frac{2}{R^3}\left[\Sigma m + \frac{1}{R^2}(2\Sigma m l^2 - 3\Sigma m a^2 - 3\Sigma m b^2)\right].$$

On peut toujours poser

$$m = k\frac{\mathfrak{M}}{n},$$

k étant le rapport du moment magnétique de l'aimant

considéré au moment moyen total, car n désigne le nombre des aimants. Il est évident que k est une fonction des paramètres a et b qui définissent la position de l'aimant. On a alors

$$\Sigma m = \mathfrak{M},$$
$$\Sigma m l^2 = \mathfrak{M}\frac{\Sigma k l^2}{n} = \mathfrak{M}\lambda^2,$$

en posant $\lambda^2 = \frac{\Sigma k l^2}{n}$,

$$\Sigma m a^2 = \mathfrak{M}\frac{\Sigma k a^2}{n} = \mathfrak{M}\mathrm{A}^2,$$
$$\Sigma m b^2 = \mathfrak{M}\frac{\Sigma k b^2}{n} = \mathfrak{M}\mathrm{B}^2.$$

On peut donc écrire le champ total sous la forme suivante :

$$\mathfrak{E}_t = 2\frac{\mathfrak{M}}{R^3}\left[1 + 2\frac{\lambda^2}{R^2} - 3\frac{\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2}{R^2}\right].$$

Dans le cas d'un aimant continu, l'expression de $\mathfrak{E}_t$ est de la même forme.

On voit qu'il peut se présenter divers cas :

1° $2\lambda^2 > 3(\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2)$,
2° $2\lambda^2 = 3(\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2)$,
3° $2\lambda^2 < 3(\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2)$.

Habituellement on néglige les dimensions transversales du barreau, et l'on écrit simplement

$$\mathfrak{E}_t = 2\frac{\mathfrak{M}}{R^3}\left(1 + 2\frac{\lambda'^2}{R^2}\right).$$

On voit par là que la distance des pôles λ' à laquelle on est conduit est inexacte, et même il peut se faire que l'expression de λ' se présente sous la forme imaginaire; c'est ce qui arrivera si l'on a

$$2\lambda^2 < 3(\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2),$$

puisque

$$\lambda'^2 = \lambda^2 - \tfrac{3}{2}(A^2 + B^2).$$

Les faisceaux magnétiques que j'ai employés rentrent précisément dans ce cas.

Lorsque $2\lambda^2 = 3(A^2 + B^2)$, l'expression du champ se réduit simplement à

$$\delta_l = 2\frac{\partial \mathfrak{M}}{R^3}.$$

On réaliserait un tel faisceau en disposant des aimants identiques en nombre quelconque, suivant des génératrices régulièrement distribuées à la surface d'un cylindre de rayon c convenablement calculé. Dans ce cas, en effet, le terme correctif sera nul si l'on a

$$2l^2 = 3c^2 \qquad \text{ou} \qquad l = 1{,}225\,c.$$

La distance des pôles des aimants élémentaires doit donc être égale à 1,225 fois le rayon du cylindre sur lequel ils sont disposés. En admettant, avec Kohlrausch que la distance des pôles d'un aimant est les $\frac{5}{6}$ de sa longueur totale, il faudra donner aux aimants une longueur totale $L = 2{,}94\,c$.

Le cylindre devra donc avoir une longueur sensiblement triple de son rayon.

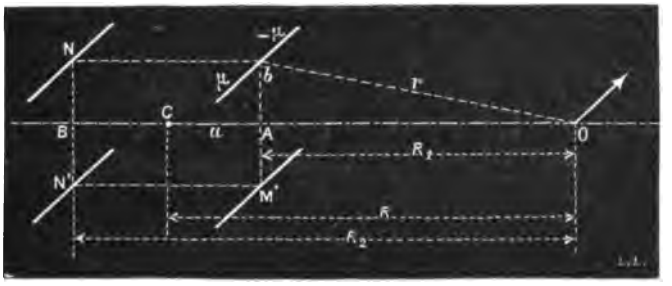
En réalité, il serait préférable de prendre un tube cylindrique d'acier répondant aux proportions précédentes et que l'on aimanterait dans le sens de sa longueur. On pourrait utiliser, avec avantages, un tel aimant pour la détermination de l'intensité du champ terrestre, au moyen de la première position de Gauss, puisqu'on n'aurait alors aucune correction à effectuer, ce qui abrège la mesure.

Deuxième position. — En utilisant les notations précédentes, le champ produit par deux aimants élémentaires M et M' (*fig.* 11), symétriquement placés par rap-

port à OC, a pour expression

$$\mathfrak{G}_1 = 2\frac{m}{r^3}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{l^2}{r^2}\right)$$

Fig. 11.



ou, en remplaçant r par sa valeur $r = (R_1^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$,

$$\mathfrak{G}_1 = \frac{2m}{R_1^3}\left(1 + \frac{b^2}{R_1^2}\right)^{-\frac{3}{2}}\left[1 - \frac{3}{2}\frac{l^2}{R_1^2}\left(1 + \frac{b^2}{R_1^2}\right)^{-1}\right].$$

Au degré d'approximation convenu, on a

$$\mathfrak{G}_1 = \frac{2m}{R_1^3}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{l^2}{R_1^2} - \frac{3}{2}\frac{b^2}{R_1^2}\right) = \frac{2m}{R_1^3}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{l^2 + b^2}{R_1^2}\right).$$

On voit que le terme correctif se compose de deux parties, l'une relative à la distance polaire et l'autre à la distance des barreaux M et M′ à l'axe OC.

L'ensemble des barreaux N et N′, symétriques des précédents par rapport au centre C, produit en O un champ $\mathfrak{G}_2$, qui a pour expression

$$\mathfrak{G}_2 = \frac{2m}{R_2^3}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{l^2 + b^2}{R_2^2}\right).$$

En exprimant les distances R_1 et R_2 en fonction de R et de a, il vient

$$\mathfrak{G} = \frac{2m}{R^3}\left[1 + 3\frac{a}{R} - 6\frac{a^2}{R^2} - \frac{3}{2}\frac{l^2 + b^2}{R^2} - \frac{15}{2}\frac{a(l^2 + b^2)}{R^3} + 10\frac{a^3}{R^3}\right].$$

On obtiendrait la valeur de $\mathcal{B}_2$ en changeant a en $-a$ dans l'expression précédente. Le champ résultant $\mathcal{B}$ sera, par suite,

$$\mathcal{B} = \frac{4m}{R^3}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{l^2}{R^2} - 6\frac{a^2}{R^2} - \frac{3}{2}\frac{b^2}{R^2}\right).$$

Dans le terme correctif figurent les trois dimensions l, a et b.

Le champ total dû au faisceau est donc

$$\mathcal{B}_t = \frac{\mathfrak{M}}{R^3}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{\lambda^2}{R^2} - 6\frac{A^2}{R^2} - \frac{3}{2}\frac{B^2}{R^2}\right).$$

En substituant à cette formule la formule habituelle

$$\mathcal{B}_t = \frac{\mathfrak{M}}{R^3}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{\lambda'^2}{R^2}\right),$$

on pourrait arriver à une distance polaire supérieure à la longueur totale de l'aimant; puisqu'on aurait

$$\lambda'^2 = \lambda^2 + 4A^2 + B^2,$$

λ étant la véritable distance polaire résultante du système.

En résumé, on voit que l'on peut écrire les formules de Gauss sous la forme classique à la condition de ne pas considérer λ' comme désignant la distance des pôles. Finalement j'ai fait usage, dans mes calculs, des formules suivantes :

$$\mathcal{B}_1 = 2\frac{\mathfrak{M}}{R^3}\left(1 + \frac{x_1}{R^2} + \frac{y_1}{R^4}\right) \quad (1^{re}\text{ position}),$$

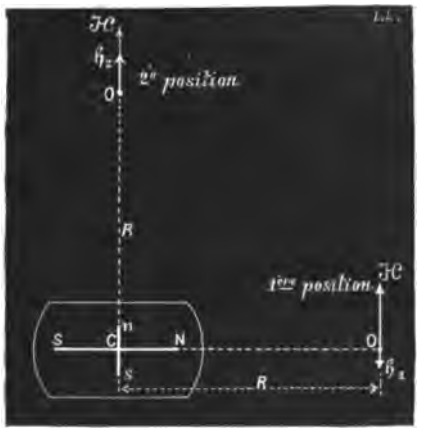
$$\mathcal{B}_2 = \frac{\mathfrak{M}}{R^3}\left(1 + \frac{x_2}{R^2} + \frac{y_2}{R^4}\right) \quad (2^{e}\text{ position}),$$

dans lesquelles je fais figurer le terme en $\frac{1}{R^4}$ (1).

(1) Au point de vue expérimental, les termes en x et y de ces formules permettent non seulement de corriger les erreurs dont nous venons de parler, mais encore celles qui résultent, comme on sait, de la distance des pôles de l'aimant dévié.

Influence du magnétisme induit par le champ terrestre. — Dans la première position (*fig.* 12), le magnétisme terrestre détermine une aimantation transversale dont le moment $\mathfrak{M}_T$ est égal à $\varkappa V \mathcal{H}$, $\varkappa$ étant la susceptibi-

Fig. 12.



lité magnétique de la substance, V son volume et $\mathcal{H}$ le champ magnétisant.

Le champ en O dû au magnétisme induit a pour valeur

$$\frac{\mathfrak{M}_T}{R^3} = \frac{k\mathcal{H}}{R^3}$$

en posant

$$\varkappa V = k,$$

et en remarquant que l'axe **ns**, correspondant à l'aimantation induite, occupe par rapport au point O la seconde position de Gauss.

Le champ en O, dû à **ns**, se retranche du champ terrestre, de sorte que l'aiguille du magnétomètre est dirigée par un champ d'intensité

$$\mathcal{H}_1 = \mathcal{H}\left(1 - \frac{k}{R^3}\right).$$

Les mesures relatives à la première position de Gauss correspondent donc à la détermination du rapport

$$\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}_1} = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}\left(1 - \frac{k}{R^3}\right)}.$$

On verrait de même que, dans le cas de la seconde position, on est conduit à la mesure du rapport $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}_2}$, dans lequel

$$\mathfrak{H}_2 = \mathfrak{H}\left(1 + \frac{2k}{R^3}\right).$$

Calcul de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$. — Soit α_1 la déviation de l'aiguille du magnétomètre dans le cas de la première position. On a

$$\operatorname{tang}\alpha_1 = \frac{b_1}{\mathfrak{H}_1} = \frac{2\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}R^3}\,\frac{1 + \frac{x_1}{R^2} + \frac{y_1}{R^4}}{1 - \frac{k}{R^3}}.$$

On obtient de même pour la deuxième position

$$\operatorname{tang}\alpha_2 = \frac{b_2}{\mathfrak{H}_2} = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}R^3}\,\frac{1 + \frac{x_1}{R^2} + \frac{y_2}{R^4}}{1 + \frac{2k}{R^3}}.$$

On peut encore écrire, au degré d'approximation adopté,

$$\operatorname{tang}\alpha_1 = \frac{2\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}R^3}\left(1 + \frac{x_1}{R^2} + \frac{k}{R^3} + \frac{y_1}{R^4}\right),$$

$$\operatorname{tang}\alpha_2 = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}R^3}\left(1 + \frac{x_2}{R^2} - 2\frac{k}{R^3} + \frac{y_2}{R^4}\right).$$

Remarquons qu'en ajoutant ces deux équations membre à membre, la correction relative à l'aimantation induite s'élimine. Il vient, en effet,

$$\operatorname{tang}\alpha_1 + \operatorname{tang}\alpha_2 = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}R^3}\left(3 + \frac{2x_1 + x_2}{R^2} + \frac{2y_1 + y_2}{R^4}\right),$$

ou, en introduisant de nouvelles notations,

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{\partial\pi}{\mathcal{H}R^2}\left(1 + \frac{x}{R^2} + \frac{y}{R^4}\right),$$

d'où

$$\frac{\mathcal{H}}{\partial\pi} = \frac{1}{R^2 \operatorname{tang}\varphi}\left(1 + \frac{x}{R^2} + \frac{y}{R^4}\right). \tag{1}$$

On a posé

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{1}{3}(\operatorname{tang}\alpha_1 + \operatorname{tang}\alpha_2);$$

φ est donc donné par l'expérience. On voit qu'il est nécessaire, pour obtenir $\frac{\mathcal{H}}{\partial\pi}$, de connaître ou d'éliminer x et y, ce qui exige trois séries de mesures exécutées à des distances différentes R, R' et R''.

L'équation (1) peut s'écrire

$$-R^7 \operatorname{tang}\varphi \frac{\mathcal{H}}{\partial\pi} + R^2 x + y + R^4 = 0,$$

ou, pour abréger l'écriture,

$$a\frac{\mathcal{H}}{\partial\pi} + bx + cy + d = 0.$$

On obtient de même pour les deux autres distances

$$a'\frac{\mathcal{H}}{\partial\pi} + b'x + c'y + d' = 0,$$

$$a''\frac{\mathcal{H}}{\partial\pi} + b''x + c''y + d'' = 0.$$

On tire de ces équations

$$\frac{\partial\pi}{\mathcal{H}} = -\frac{\Delta}{\Delta_a^d},$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -R^7 \operatorname{tang}\varphi & R^2 & 1 \\ -R'^7 \operatorname{tang}\varphi' & R'^2 & 1 \\ -R''^7 \operatorname{tang}\varphi'' & R''^2 & 1 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_a^d = \begin{vmatrix} R^4 & R^2 & 1 \\ R'^4 & R'^2 & 1 \\ R''^4 & R''^2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Calcul de tangα. — Le déplacement du spot sur la règle, divisé par la distance de celle-ci à l'aiguille, donne la tangente du double de l'angle de déviation de l'aiguille. Il faut alors déduire de cette donnée la valeur de tangα qui figure dans les formules. Pour de faibles déviations, et lorsqu'on n'a pas besoin d'une grande approximation, il suffit de prendre pour tangα la valeur $\frac{1}{2}$ tang 2α.

S'il est nécessaire de connaître tangα avec une grande approximation, on peut développer en série la valeur de tangα tirée de la formule

$$\text{tang}\, 2\alpha = \frac{2\,\text{tang}\,\alpha}{1 - \text{tang}^2\alpha},$$

ou bien conduire le calcul comme il suit. On a

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{1}{2}\,\text{tang}\, 2\alpha\,(1 - \text{tang}^2\alpha),$$

ou, en remplaçant *dans la parenthèse* tangα par sa valeur approchée $\frac{1}{2}$ tang 2α :

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{1}{2}\,\text{tang}\, 2\alpha\left(1 - \frac{1}{4}\,\text{tang}^2 2\alpha\right).$$

La valeur de la déviation α peut être entachée de diverses erreurs qu'on élimine en répétant plusieurs fois la lecture, l'aimant étant retourné chaque fois, d'abord bout pour bout, puis face pour face. Le retournement bout pour bout élimine les dissymétries que l'aimant peut présenter par rapport à son centre de figure ; de plus, en faisant la lecture de la course d'une position à l'autre, on obtient $2\,\text{tang}\, 2\alpha$, sans qu'il soit nécessaire de connaître la direction actuelle du champ terrestre. Le retournement face pour face élimine les dissymétries magnétiques que peut présenter l'aimant par rapport à son axe de figure relatif

à sa direction d'aimantation. Dans les deux cas, on revient à la position première, en sorte que, en ajoutant la somme des observations, on obtient $8\,\mathrm{tang}\,2\alpha$. Enfin, dans le but d'éliminer le défaut de centrage de l'aiguille du magnétomètre par rapport au repère, vissé au centre de la plateforme, on répète la même série de lectures, après avoir fait tourner la règle du magnétomètre de 180°, ce qui amène l'aimant au sud, s'il était au nord, et à l'est, s'il était à l'ouest. On obtient donc finalement, en désignant par n la somme des déplacements,

$$\mathrm{tang}\,2\alpha = \frac{n}{16D},$$

D étant la distance du repère à la règle transparente.

Par suite,

$$\mathrm{tang}\,\alpha = \frac{n}{32D} - \left(\frac{n}{32D}\right)^3.$$

On corrige évidemment chaque mesure de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$ de l'effet très faible dû à la torsion du fil de cocon. Pour cela, au moyen d'un aimant auxiliaire, on fait tourner l'aiguille du magnétomètre de 2π dans un certain sens. On relève la position du spot, puis on fait exécuter à l'aiguille une rotation de 4π en sens inverse ; on note la nouvelle position du spot, ce qui fait connaître 4ε.

En réalité, on fait une seconde lecture en revenant à la position première, et l'on prend la moyenne. On élimine ainsi les dissymétries possibles de torsion par rapport aux deux sens, et les variations de direction du champ pendant la mesure.

Désignons par c la constante de torsion du fil ; on a, au moment de l'équilibre, la relation

$$\mathfrak{H}\varepsilon = c(2\pi - \varepsilon),$$

d'où

$$\frac{c}{\mathfrak{H}} = \frac{\varepsilon}{2\pi - \varepsilon}.$$

Donc, pour ramener les valeurs de α à ce qu'elles seraient si le fil était sans torsion, il faudrait les multiplier par

$$1+\Theta,$$

Θ désignant le rapport de torsion $\frac{\varepsilon}{2\pi-\varepsilon}$.

La valeur moyenne de Θ, pour le fil que j'ai employé, était inférieure à 0,0004.

Constantes du magnétomètre. — Le zéro de la graduation de la règle de cuivre a été trouvé, au cathétomètre, à une distance du repère de la plate-forme égale à 17,7045 cm.

En comparant les divisions de la règle à celles du cathétomètre, j'ai trouvé que 80 divisions de la règle valent 79,945 de celles du cathétomètre. On rapportera donc les lectures faites sur la règle au cathétomètre, en les multipliant par le rapport $\frac{79,945}{80}=0,999315$.

La distance du zéro de la règle au repère, exprimée en divisions de la règle, est donc égale à 17,7167.

Une lecture R_l effectuée sur la règle correspond donc à une distance R du repère, exprimée en divisions du cathétomètre par la formule

$$R=(R_l+17,7167)\,0,999315.$$

Enfin, la distance D du repère à la règle transparente était égale à 372,175 cm. de la règle transparente. Il faut retrancher de cette valeur la distance de la surface réfléchissante du miroir au fil de cocon, à savoir 0,1675 cm.. On a donc :

$$D=372,0075\text{ cm.},$$

d'où

$$32D=11904,2.$$

Ordre des expériences. — On commence par déterminer la direction du méridien au début des mesures.

Pour cela, on utilise le solénoïde précédemment décrit. On lui adapte à cet effet une pièce en cuivre, qui permet de l'installer sur le support en buis destiné à recevoir l'aimant. La règle du magnétomètre est disposée de façon que le zéro du vernier coïncide avec le zéro de la plateforme, qui se trouve très sensiblement sur la direction est-ouest, du côté ouest. L'axe du solénoïde est alors dirigé sensiblement suivant le méridien magnétique et le courant est lancé de façon que la face sud du solénoïde regarde le nord terrestre. Le champ magnétique, dû à la bobine, s'ajoute alors au champ magnétique terrestre à l'endroit où se trouve l'aiguille du magnétomètre, et, par suite, celle-ci restera immobile, que le courant traverse ou non le solénoïde, lorsque la règle qui le supporte sera orientée exactement vers l'ouest magnétique. On note alors la position de la règle par rapport au zéro de la graduation, de façon à ramener les lectures ultérieures à ce zéro.

Cela fait, on substitue à la bobine le faisceau magnétique, et l'on procède à la série des opérations précédemment décrites, en ayant soin de partir de la position ouest, et de passer successivement par les positions sud, est, nord, sens de la graduation du cercle.

On répète cette rotation pour les trois distances R, R', R''.

Exemple de mesure de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$. — 19 *juillet* 1894.

Les notations +N et —N indiquent que le nord de l'aimant regarde le magnétomètre, ou se trouve opposé, pour la première position; ou bien, pour la seconde, qu'il se trouve à droite ou à gauche pour un observateur qui se trouverait à la place du magnétomètre. Les notations +P et —P signifient que la poulie est placée dessus ou dessous.

Méridien. — Correspond à la division $-2°,5$ pour l'aimant placé à l'ouest.

Distance : $R = 76,6641$ cm., toutes corrections faites.

Première position.			Deuxième position.		
Ouest.	Lectures.	$4\tan g 2\alpha_1 . D$.	Sud.	Lectures.	$4\tan g 2\alpha_2 . D$.
$+N+P$.....	101,650	209,275.	$+N-P$.....	75,925	104,050.
$-N-P$.....	−3,000		$-N+P$.....	23,800	
$+N+P$.....	101,625		$+N-P$.....	75,725	
$+N-P$.....	101,675	209,775.	$+N-P$.....	75,775	104,200.
$-N+P$.....	−2,975		$-N-P$.....	23,600	
$+N-P$.....	102,150		$+N+P$.....	75,625	
Est.			Nord.		
$+N+P$.....	−2,800	209,675.	$+N-P$.....	23,250	104,650.
$-N-P$.....	101,700		$-N-P$.....	75,525	
$+N+P$.....	−2,875		$+N-P$.....	23,150	
$+N-P$.....	−2,925	208,975.	$+N+P$.....	23,050	104,900.
$-N+P$.....	101,550		$-N-P$.....	75,475	
$+N-P$.....	−2,950		$+N+P$.....	23,000	

La somme des quatre nombres de la troisième colonne donne

$$n_1 = 16 \tan g 2\alpha_1 . D = 837,100.$$

On a

$$\tan g \alpha_1 = \frac{n_1}{32D} - \left(\frac{n_1}{32D}\right)^3 = 0,0703197 - 0,0003477 = 0,0699720$$

La somme des quatre nombres de la sixième colonne donne

$$n_2 = 417,800,$$

$$\tan g \alpha_2 = \frac{n_2}{32D} - \left(\frac{n_2}{32D}\right)^3 = -0,0350969 - 0,0000432 = -0,0350537.$$

On déduit

$$\tan g \varphi = \tfrac{1}{2}(\tan g \alpha_1 + \tan g \alpha_2) = 0,350086,$$
$$R^7 \tan g \varphi = 544902 . 10^6.$$

Distance : $R' = 85,6580$ cm.

Première position.			Deuxième position.		
Ouest.	Lectures.	$4 \operatorname{tang} 2\alpha'_1 . D.$	Sud.	Lectures.	$4 \operatorname{tang} 2\alpha'_2 . D.$
+ N — P.....	86,800		+ N + P.....	67,800	
— N + P.....	11,750	150,025.	— N — P.....	30,425	74,625.
+ N — P.....	86,725		+ N + P.....	67,675	
+ N + P.....	86,650		+ N — P.....	67,600	
— N — P.....	11,625	149,975.	— N + P.....	30,325	74,450.
+ N + P.....	86,575		+ N — P.....	67,500	
Est.			Nord.		
+ N — P.....	11,450		+ N + P.....	30,400	
— N + P.....	86,250	149,625.	— N — P.....	68,000	75,100.
+ N — P.....	11,425		+ N + P.....	30,500	
+ N + P.....	11,400		+ N — P.....	30,500	
— N — P.....	86,150	149,475.	— N + P.....	68,000	75,000.
+ N + P.....	11,425		+ N — P.....	30,500	

$n'_1 = 599,100$
$\operatorname{tang} \alpha'_1 = 0,0503268$
$- 0,0001275$
$= 0,0501993$

$n'_2 = 299,175$
$\operatorname{tang} \alpha'_2 = 0,0251319$
$- 0,0000159$
$= 0,0251160$

$\operatorname{tang} \varphi' = 0,0251051,$
$R' \operatorname{tang} \varphi' = 849451 . 10^6.$

Distance : $R'' = 102,646$ cm.

Première position.			Deuxième position.		
uest.	Lectures.	$4 \operatorname{tang} 2\alpha''_1 . D.$	Sud.	Lectures.	$4 \operatorname{tang} 2\alpha''_2 . D.$
+ N + P.....	70,275		+ N — P.....	59,125	
— N — P.....	26,700	87,125.	— N + P.....	37,500	43,275.
+ N + P.....	70,250		+ N — P.....	59,150	
+ N — P.....	70,225		+ N + P.....	59,150	
— N + P.....	26,700	87,025.	— N — P.....	37,450	43,300.
+ N — P.....	70,200		+ N + P.....	59,050	
Est.			Nord.		
+ N + P.....	27,075		+ N — P.....	37,900	
— N — P.....	70,600	87,075.	— N + P.....	59,625	43,475.
+ N + P.....	27,050		+ N — P.....	37,875	
+ N — P.....	27,050		+ N + P.....	37,600	
— N + P.....	70,575	86,950.	— N — P.....	59,875	44,575.
+ N — P.....	27,150		+ N + P.....	37,575	

$$n_1'' = 348,175 \qquad n_2'' = 174,625$$
$$\operatorname{tang}\alpha_1'' = 0,0292481 \qquad \operatorname{tang}\alpha_2'' = 0,0146692$$
$$-0,0000250 \qquad -0,0000032$$
$$= 0,0292231 \qquad = 0,0146660$$

$$\operatorname{tang}\varphi'' = 0,0146297,$$
$$R''^{7}\operatorname{tang}\varphi'' = 1756471.10^{6}.$$

Rapport de torsion.

Déviation à droite.....	45,825
» à gauche.....	49,000
» à droite.....	46,000
Moyenne (à droite)...	45,9125

Différence..... 3,0875.

$$\varepsilon = \frac{3,0875}{4 \times 372,0075} = 0,002074890,$$

$$\theta = \frac{\varepsilon}{2\pi - \varepsilon} = 0,000330, \qquad 1 + \theta = 1,000330.$$

Calcul numérique.

On a

$$\frac{\mathfrak{K}}{\mathfrak{M}} = -\frac{\Delta}{\Delta_a^d},$$

$$a\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{K}} + bx + cy + d = 0,$$

.....,
.....,

$$\begin{cases} a = -R^{7}\operatorname{tang}\varphi = -544902.10^{6}, \\ a' = -R'^{7}\operatorname{tang}\varphi' = -849451.10^{6}, \\ a'' = -R''^{7}\operatorname{tang}\varphi'' = -1756471.10^{6}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = R^{2} = 5877,38, \\ b' = R'^{2} = 7337,29, \\ b'' = R''^{2} = 10536,30, \end{cases}$$

$$c = c' = c'' = 1,$$

$$\begin{cases} d = R^{4} = 345436.10^{2}, \\ d' = R'^{4} = 538359.10^{2}, \\ d'' = R''^{4} = 1110130.10^{2}, \end{cases}$$

$$\Delta = a(b'-b'') - a'(b-b'') + a''(b-b') = 349911.10^{8},$$
$$\Delta_a^d = d(b'-b'') - d'(b-b'') + d''(b-b') = -217571.10^{8},$$

$$\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{K}} = -\frac{\Delta}{\Delta_a^d} = 16082,61.$$

En corrigeant de la torsion

$$\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}} = 16087{,}91,$$

(à 16°).

Calculs de $\mathfrak{M}$ et $\mathfrak{H}$ séparément.

On a trouvé, pour le produit p (p. 40),

$$p = \mathfrak{M}\mathfrak{H} = 676{,}429$$

et pour le quotient q

$$q = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}} = 16087{,}91.$$

On en déduit :

$$\mathfrak{M} = \sqrt{pq} = 3298{,}84 \text{ (à 16° C.)}.$$

On trouve, pour le champ terrestre $\mathfrak{H}$,

$$\mathfrak{H} = \sqrt{\frac{p}{q}} = 0{,}205051 \text{ gauss}.$$

Remarques. — 1° J'aurais pu, peut-être, me contenter, comme on le fait d'habitude, d'une formule à deux termes, pour le calcul de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$. Je l'ai fait dans des expériences préliminaires, afin de simplifier les calculs; mais j'ai remarqué que parfois la concordance était insuffisante ($\frac{1}{200}$); souvent pourtant l'écart est inférieur. Voici, par exemple, le résultat d'une expérience faite en plaçant l'aimant aux distances 78,6628 cm. et 102,6463 cm., dont le rapport 1,3 est, on le sait, le plus favorable pour cette détermination; en posant simplement

$$\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}} = R^3 \operatorname{tang} \varphi \left(1 + \frac{z}{R^2}\right),$$

on trouve

$$\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}} = 17117{,}9 \qquad \text{et} \qquad z = 56{,}6944.$$

En appliquant la formule à une détermination faite à la distance 90,6546 cm., on trouve

$$\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}} = 17009,8\left(1+\frac{56,6944}{90,6546^2}\right)$$
$$= 17009,8 \times 1,006899 = 17127,2,$$

nombre qui diffère à peine de $\frac{1}{1700}$ de celui qui a été obtenu plus haut.

Néanmoins pour éviter toue incertitude, je me suis décidé à n'employer que la formule à trois termes, qui m'a donné toujours entière satisfaction. Il est à remarquer que la valeur de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$ se trouve déterminée par six conditions (les trois distances pour chacune des deux positions de Gauss). La concordance entre deux expériences ainsi calculées est parfois surprenante.

Voici deux expériences faites le 29 avril 1893 :

Première expérience..... $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}} = 17004,2$

Deuxième expérience..... $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}} = 17005,4$

J'ai déjà fait remarquer précédemment que les expériences faites le 8 et le 11 mai 1894 ont donné pour $\mathfrak{M}$ les valeurs 3249,07 et 3248,84 ne différant pas de $\frac{1}{10000}$.

Il est à remarquer que la plus petite des trois distances de l'aimant au magnétomètre était environ de 78 à 80 cm. Si l'on désirait une plus grande précision, on pourrait opérer à quatre distances, ce qui, en groupant les résultats obtenus à une même distance pour les deux positions, dans le but d'éliminer l'influence du magnétisme induit transversalement, donnerait quatre équations du premier degré à résoudre. La valeur trouvée pour $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$ satisferait réellement à huit conditions.

2° Tout ce qui précède suppose que le champ magnétique terrestre a la même intensité à l'endroit où

se trouve l'aiguille du magnétomètre et à l'endroit où l'on place le faisceau, lorsqu'on détermine $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$. Ce champ peut varier d'un point à un autre au même instant, ou, en un même point, d'un instant à l'autre. Ces dernières perturbations peuvent avoir deux origines : les unes présentent une certaine continuité et peuvent être éliminées en répétant les mesures dans un ordre convenable : mesure de $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$, mesure de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$, nouvelle mesure de $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$. De plus, on a vu que, dans chaque mesure élémentaire, on applique le même procédé de répétition. Le grand nombre de lectures auquel on est ainsi conduit, 16 pour une détermination de $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$, 72 pour une détermination de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$, élimine d'ailleurs les perturbations accidentelles de tous ordres. La durée totale d'une mesure complète de $\mathfrak{M}$ est de deux ou trois heures.

Pour s'affranchir des perturbations qu'aucune méthode de mesure ne permet d'éliminer, dues, par exemple, au déplacement d'aimants et de blocs de fer, au passage de courants électriques ou à l'interruption de ces courants, dans les environs de la salle d'expériences, il faut opérer le plus loin possible des régions agitées, et aux heures de calme. J'ai effectué mes observations entre 4^h et 9^h du matin, avant l'arrivée des personnes du laboratoire.

Dans la cave profonde et de *construction ancienne* où j'avais installé mes appareils magnétiques, le champ était évidemment constant, au moins dans la petite région où se trouvaient les deux appareils distants seulement de 2 m. Il n'en serait peut-être pas de même dans les caves de construction moderne, à cause de l'emploi presque exclusif du fer dans la construction des poutres et des conduites diverses. En faisant osciller une même petite aiguille aimantée dans les deux régions qui intéressent les mesures, on obtiendrait, par la durée des oscillations de l'aiguille,

le rapport des champs en ces deux points. On pourrait alors effectuer la correction due à la non-uniformité du champ. La même précaution permettrait d'éliminer l'influence des appareils eux-mêmes, s'ils contenaient quelques particules magnétiques.

Remarque sur le magnétisme induit dans l'aimant par le champ terrestre. — Pour me rendre compte de l'importance de l'induction par le champ terrestre, j'ai mesuré, par le cerceau de Delezenne, le moment magnétique de parallélépipèdes d'acier et de fer doux suivant la composante verticale du champ. Cette composante est la plus intense et, d'autre part, les effets d'induction sont indépendants de toute orientation du cerceau : il suffit de le poser sur une table sensiblement horizontale. Un premier retournement du cadre donne au galvanomètre balistique une élongation ε_1.

On a, en désignant par c la constante balistique du galvanomètre, par $\mathcal{V}$ la composante verticale du champ, par S la surface du cadre, et par R la résistance du circuit

$$\varepsilon_1 = c\,\frac{2\mathcal{V}S}{R}\cdot$$

En répétant la même expérience, après avoir placé au centre du cerceau le parallélépipède étudié, on obtient une nouvelle élongation

$$\varepsilon_2 = \frac{2c}{R}\,(\mathcal{V}S + c_1\mathfrak{M}),$$

c_1 étant la constante galvanométrique du cerceau et $\mathfrak{M} = k\mathcal{V}$ le moment magnétique du bloc. En désignant par r le rayon moyen du cerceau et n le nombre des spires, on a

$$c_1 = \frac{2\pi n}{r} \quad \text{et} \quad S = n\pi r^2.$$

On a donc

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = 1 + \frac{2k}{r^3};$$

par suite

$$k = \frac{d^2}{16}\,\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1}.$$

d est le diamètre du cerceau. Dans celui que j'ai utilisé

$$d = 23{,}607 \text{ cm.} \quad \text{et} \quad \frac{d^2}{16} = 822{,}247.$$

Les mesures que j'ai effectuées sur quatre parallélépipèdes, trois en fer et un en acier trempé, ont montré que la susceptibilité $\frac{k}{V}$ (V est le volume) est relativement faible et varie proportionnellement à la longueur de l'arête du solide parallèle à la direction d'aimantation. On élimine l'effet de traces de magnétisme rigide, en répétant les mesures après avoir retourné le bloc bout pour bout suivant la verticale.

Voici le Tableau des résultats :

	Cube en fer.	Parallélépipède en fer.	Prisme plat à base carrée, en fer.	Parallélépipède en acier trempé.
Arête A....	6,835 cm.	10,985 cm.	10,810 cm.	8,290 cm.
Arête B....	6,850	6,905	10,865	5,920
Arête C....	6,790	4,385	2,990	2,910
$\varkappa$ suivant A.	0,195	0,305	0,326	0,225
$\varkappa$ suivant B.	0,196	0,216	0,325	0,213
$\varkappa$ suivant C.	0,195	0,1425	0,1157	0,0706
$\frac{\varkappa}{A}$.....	0,029	0,028	0,030	0,027
$\frac{\varkappa}{B}$.....	0,029	0,031	0,030	0,036
$\frac{\varkappa}{C}$.....	0,029	0,032	0,039	0,024

On voit que le rapport de la susceptibilité à l'arête est approximativement constant et égal, pour le fer, comme pour l'acier trempé, à environ 0,030.

Le volume de l'aimant étant de 78,2 cm., la valeur de k, suivant la dimension parallèle à la composante horizontale, qui est de 13 aimants, soit 5,2 cm., sera de

$$k = 0{,}03 \times 5{,}2 \times 78{,}2 = 12{,}1992,$$

soit 12,2.

Le moment magnétique m_T, formé par l'action de la composante horizontale dont la valeur est environ 0,205 gauss, sera donc environ de 2,50. Le moment rigide de l'aimant était de 3300 unités environ.

DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE TEMPÉRATURE DE L'AIMANT.

J'ai placé l'aimant dans une boîte en zinc munie de deux tubulures verticales livrant passage aux deux thermomètres à alcool qui donnaient la température de l'aimant. La boîte était placée sur un trépied en cuivre, à l'intérieur d'une grande marmite de même métal, et de façon que l'axe de l'aimant soit orienté dans une direction convenable. Pour rendre plus sensible les variations d'aimantation avec la température, j'ai opéré dans la première position, et j'ai disposé le système le plus près possible du magnétomètre; la déviation initiale était compensée au moyen d'un aimant auxiliaire, convenablement disposé de l'autre côté du magnétomètre. Ayant noté la température de l'aimant, on introduit dans la marmite de l'eau préalablement portée à une température comprise entre 60 et 80 degrés. Au moment où les thermomètres indiquent la température maximum, on note cette température, ainsi que la nouvelle position du spot. Cela fait, on siphonne l'eau chaude, on la remplace par de l'eau froide, on lit la température d'équilibre et la position correspondante du spot. En opérant ainsi, on obtient deux valeurs du coefficient de température, correspondant, l'une à une élévation, et l'autre à un abaissement de température.

J'ai remarqué que, dans toutes mes déterminations, ces deux coefficients ont toujours une valeur inégale, le premier étant toujours plus élevé, même pour le cas d'une faible variation de température.

J'ai obtenu comme valeur moyenne du coefficient relatif à une élévation de température : $m_1 = 0{,}000891$; et pour le coefficient relatif au refroidissement : $m_2 = 0{,}000638$.

ARTICLE III.

MESURE DE LA VITESSE ANGULAIRE DE ROTATION.

La rotation de l'aimant est produite par un moteur électrique, à excitation séparée, et pouvant produire 800 watts, à la vitesse angulaire de 2000 tours par minute. Ce moteur était construit pour fonctionner sur 110 volts.

Afin d'éviter tout échauffement appréciable de l'inducteur, celui-ci était excité sur 55 volts, fournis par une batterie de 28 accumulateurs, d'une capacité de 150 ampères-heure. Une force électromotrice variant de 10 à 22 volts (5 à 11 accumulateurs semblables aux précédents) animait l'induit du moteur. J'obtenais ainsi des vitesses comprises entre 330 et 830 tours par minute.

Sur l'arbre du moteur sont calés, d'un côté la poulie de commande et un volant de 40 kg., et de l'autre un commutateur à 5 balais (*fig.* 2). Un volant auxiliaire M, en cuivre, porte sur son pourtour une série de bandes de même largeur alternativement blanches et noires; derrière le volant M, se trouve une poulie également clavetée sur l'arbre, et dont la gorge reçoit une ficelle f faisant un tour, qui permet de faire frein, sur l'axe de rotation du moteur. La rotation est transmise à l'aimant par une courroie *cc*. J'ai essayé des courroies de coton, de lacet de fil, de cuir munies de trous équidistants s'engageant sur des pointes portées par les poulies.

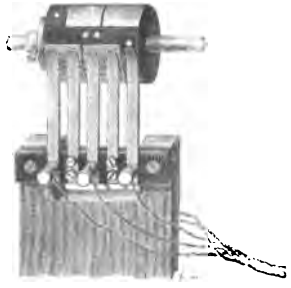
En employant la courroie à trous, on est sûr que l'ai-

mant fait le même nombre de tours que le moteur dans un même temps; on peut alors compter ces derniers. Toutefois, la courroie s'allongeant inégalement dans ses parties, il est impossible de maintenir constante la vitesse de rotation de l'aimant.

Finalement, j'ai employé une courroie ronde de machine à coudre dont les extrémités étaient soigneusement raccordées par une couture de façon à éviter en cet endroit toute raideur sensible. De plus, j'ai compté directement le nombre de tours effectué par l'aimant, au lieu d'estimer ceux de l'axe du moteur.

Constance de la vitesse. — Pour maintenir la vitesse constante, j'ai appliqué, en la modifiant légèrement dans le but de doubler sa sensibilité, une méthode indiquée par M. Lippmann (1). Elle consiste à équilibrer, sur un galvanomètre différentiel, l'action des décharges successives d'un condensateur, périodiquement chargé au moyen d'une

Fig. 13.



pile convenable, par un courant constant, traversant une résistance appropriée, et alimenté par la pile de charge. Le commutateur (*fig.* 13) que j'ai monté sur l'axe per-

(1) G. LIPPMANN, *Sur une unité de temps absolue. Étalon électrique de temps et chronoscope des variations.* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CIV, p. 1070; 1887).

mettait d'envoyer dans le galvanomètre, et dans un même sens, les charges et les décharges du condensateur. Si le moteur tournait trop vite pour que le condensateur ait le temps de se charger (1), le commutateur, au lieu d'être calé sur l'axe, serait commandé avec une réduction de vitesse convenable. En utilisant à la fois la charge et la décharge, la sensibilité de la méthode est doublée sans qu'on ait à diminuer la durée de charge.

Désignons par C la capacité du condensateur, par U la différence de potentiel que présentent les pôles de la pile, par R la résistance extérieure relative au courant constant, et par n_1 le nombre des charges par seconde, on a, lorsque l'équilibre est établi,

$$2n_1 CU = \frac{U}{R},$$

d'où

$$2n_1 C = \frac{1}{R}.$$

Cette méthode permettrait de déterminer n_1 et par suite le nombre de tours que fait l'axe du moteur pendant une seconde. Il faudrait pour cela connaître la résistance R, ce qui est facile, et la capacité C. Il est difficile d'obtenir C avec précision, si le condensateur est à diélectrique solide. De plus, les effets dits de *pénétration* compliquent la question. Le condensateur à air a une capacité trop faible pour être utilisé commodément. Si l'on emploie la méthode, comme je l'ai fait, simplement pour indiquer la *constance* de la vitesse, il suffit de prendre un microfarad ordinaire.

La déviation δ de l'aiguille du galvanomètre est, d'une manière générale,

$$\delta = mU\left(2n_1 C - \frac{1}{R}\right).$$

(1) Voir le travail de M. Bouty, dans le *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 288, 1890, sur les condensateurs en mica.

m désigne la formule de mérite de l'une des bobines du galvanomètre. La variation de la déviation $\Delta\delta$ qui correspond à une variation Δn_1 de la vitesse angulaire est donnée par la formule

$$\Delta\delta = 2mCU\Delta n_1.$$

On voit que, pour un galvanomètre donné, on peut accroître la sensibilité du dispositif, soit en employant des capacités plus grandes, soit en augmentant le nombre des éléments de la pile de charge. Comme la durée de charge d'un condensateur augmente avec sa capacité, on ne peut pas augmenter celle-ci au delà d'une certaine limite. Le seul facteur pratiquement arbitraire est donc la force électromotrice de la pile.

J'ai utilisé un galvanomètre Wiedemann-d'Arsonval dont les bobines étaient amenées au contact, et que j'ai enfermé dans un cylindre de fer, dans le but de le protéger contre les perturbations magnétiques. La résistance R a été, suivant les cas, de 100 000 ohms à 200 000 ohms, et la capacité C du condensateur de 0,5 à 1 microfarad. La pile était formée de cinq éléments Callaud dont le cuivre avait 100 à 120 cm² de surface. Le commutateur était construit de telle façon que la charge ou la décharge duraient environ $\frac{1}{20}$ de seconde, pour une vitesse de rotation correspondant à dix tours par seconde. Les faibles capacités correspondent aux grandes vitesses.

Les conducteurs de charge qui reliaient les cinq balais de commutation au condensateur, à la pile et au galvanomètre, constituaient un câble téléphonique sous plomb à 5 conducteurs, formés chacun de trois fils fins tressés et isolés les uns des autres par une épaisse couche de gutta, protégée par deux guipages de coton.

J'ai trouvé que l'isolement des bagues du commutateur comparées deux à deux était supérieur à 10 000 mégohms. L'isolement relatif à deux conducteurs du câble n'est pas mesurable (même en employant une force électromotrice de 220 volts).

Dans les conditions de l'expérience, la décharge du condensateur était oscillante. En effet, la résistance de la bobine du galvanomètre est de 13 773 ohms, à 15°. Son coefficient de self-induction, que j'ai mesuré par la méthode de Piriani, modifiée de manière que le réglage du régime variable ne dérange pas celui du régime permanent, est de 17, 82 henrys.

On sait que la condition qui correspond à la décharge oscillante est

$$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad \text{ou} \qquad C < \frac{4L}{R^2} = 3{,}758.10^{-6} \text{ farads.}$$

Comme la plus grande capacité dont j'ai fait usage est de 1 microfarad, on voit que la décharge du condensateur était toujours oscillante.

Pour régler la vitesse, on emploie tout d'abord un seul élément de pile, et l'on fait varier la capacité et la résistance, de manière à équilibrer le galvanomètre. On observe la position d'équilibre du spot sur l'échelle, et l'on agit dans un sens convenable sur le frein de façon à maintenir le spot fixe. On augmente à volonté la sensibilité en prenant un plus grand nombre d'éléments, pour la pile de charge.

Cette sensibilité est réglée pour qu'un écart de 1 cm. de part et d'autre de la position d'équilibre corresponde à une variation permise de la vitesse, par exemple $\frac{1}{2000}$.

Pour la commodité de la manœuvre, la ficelle qui passe sur la poulie de bronze de 3 cm. de diamètre, que porte l'axe du moteur, est fixée à l'une des extrémités d'un fort ressort de sonnette, qui donne à la ficelle la tension initiale nécessaire. L'opérateur agit sur l'autre extrémité du ressort.

J'ai comparé la méthode du condensateur à la méthode stroboscopique souvent employée. Pour cela il suffit d'observer au moyen d'un diapason, monté comme l'on sait,

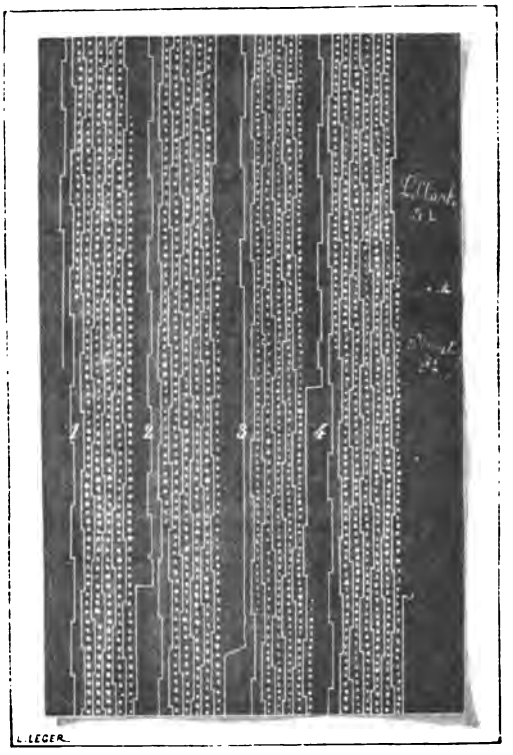
les blancs et les noirs tracés sur le pourtour du petit volant. Ils doivent paraître immobiles, lorsque la vitesse est constante et le diapason bien choisi. J'ai remarqué que le galvanomètre indiquait la constance de la vitesse en même temps que le stroboscope, mais ce dernier n'accusait pas les petites variations de la vitesse visibles avec le galvanomètre. Il était nécessaire d'agir sur le frein beaucoup plus énergiquement pour produire un déplacement sensible des blancs et des noirs observés à travers les fentes du diapason, que pour produire un déplacement notable du spot sur l'échelle du galvanomètre. Il fallait une variation de vitesse d'environ $\frac{1}{1000}$ pour qu'elle fût nettement accusée par le stroboscope, alors que le système électrique indiquait nettement une variation plus faible que $\frac{1}{5000}$. On peut aller beaucoup plus loin en sensibilisant l'appareil, ce qui était inutile dans le cas de mes expériences et même gênant pour maintenir l'équilibre du galvanomètre.

Enregistrement des tours de l'aimant. — Pour enregistrer les tours de l'aimant, on ferme à chaque tour le circuit primaire d'une bobine Ruhmkorff, et l'on enregistre l'étincelle qui en résulte pour le circuit secondaire, à chaque rupture. Pour cela, je substitue à l'interrupteur ordinaire de la bobine l'interrupteur constitué (voir *fig.* 4) par la poulie P, la vis platinée v, et les balais b et b'. Le balai b' est appuyé sur l'axe; le balai platiné b touche la surface de la poulie en fibre vulcanisée P. Le circuit se trouve fermé lorsque la vis v passe sous le balai b. L'une des extrémités du fil secondaire de la bobine est reliée à la masse de l'enregistreur Marey, et l'autre extrémité à une pointe métallique isolée placée très près de la feuille enfumée qui recouvre le cylindre de l'enregistreur. A chaque interruption du courant primaire, une petite étincelle jaillit entre la pointe et le cylindre, en laissant sur la feuille une petite tache blanche au centre de la-

quelle l'étincelle a percé un trou très fin. Lorsque l'aimant tourne très vite, il est nécessaire d'intercaler dans le circuit primaire un plus grand nombre d'accumulateurs que pour les rotations moins rapides.

En inscrivant, en même temps que les tours de l'aimant, les battements d'un pendule, on obtient le rapport des nombres de tours et de battements qui correspondent à une même durée : 1 à 2 minutes, dans le cas de mes expériences.

Fig. 14.



Ayant fixé, comme à l'ordinaire, au vernis à l'alcool l'inscription, on coupe la feuille suivant une génératrice,

et l'on procède à loisir au comptage (*fig.* 14). Comme en général il n'y a pas coïncidence entre les points blancs extrêmes et le commencement ou la fin d'une oscillation du pendule, il est nécessaire d'ajouter au nombre entier de tours de l'aimant deux fractions tenant compte de cette non-coïncidence. Pour obtenir la valeur de ces fractions avec une approximation plus que suffisante, je mesurais au pied à coulisse, à pointes, donnant le $\frac{1}{20}$ de millimètre, les deux décalages. En mesurant, d'autre part, la longueur totale occupée par l'inscription des deux oscillations complètes initiale et finale du pendule, on obtient par le rapport des deux lectures la correction positive ou négative à effectuer. Voici une expérience prise au hasard, et faite le 20 juillet 1894 :

Nombre des tours de l'aimant.....	418
Nombre des battements du pendule..	32

Première fraction

$$f_1 = + \frac{1,65}{75,20} = + 0,0219 ;$$

Seconde fraction

$$f_2 = - \frac{2,40}{73,60} = - 0,0326.$$

Somme

$$f_1 + f_2 = f = - 0,0107.$$

$$N = 418,$$
$$n = 32 - 0,0107 = 31,9893,$$
$$\frac{N}{n} = 13,0669.$$

Valeur de N_1. — Ayant calculé la valeur de $\frac{N}{n}$, on obtiendra N_1 en divisant cette valeur par la durée de l'oscillation complète du pendule exprimée en secondes, c'est-à-dire en battements du chronomètre.

La durée de l'oscillation du pendule étant de 2,00460 s. la vitesse angulaire de l'aimant N_1, dans cette expérience, était de

$$\frac{13,0669}{2,00460} = 6,51846\,t : s.$$

Pour comparer les battements du pendule à ceux du chronomètre, j'ai opéré rigoureusement de la même manière que pour comparer la durée d'oscillation d'un cylindre suspendu à un fil de torsion à la seconde du même chronomètre. Pour compter les battements du pendule, je me suis servi, suivant les cas du déplacement d'un spot, de l'étincelle de rupture qui se produit chaque fois que la pointe d'argent du pendule quitte le mercure, et du bruit que fait, dans les mêmes conditions, la palette de l'électro-inscripteur. En laissant le pendule ouvrir et fermer le circuit, celui-ci fonctionne dans les mêmes conditions que pendant l'inscription.

Voici le Tableau d'une expérience faite le 24 février 1893, en observant la durée de 10 oscillations successives, et en employant la méthode optique pour observer les passages.

Commencement de l'expérience, $10^h 2^m$.

Décalage du pointeur : $0^s,125$.

N°.	Passages.	Différences.	Demi-différences.	Origine.
	m s	m s	s	s
1 ...	0 39,375	1–6 1 40,000	50,000	89,375
2 ...	0 59,250	2–5 1 00,000	30,000	89,250
3 ...	1 19,375	3–4 20,000	10,000	89,375
4 ...	1 39,375	Durée moyenne.		
5 ...	1 59,250	20,000 s.	Moyenne...	89,333
6 ...	2 19,375			+0,125
				89,458

Fin de l'expérience, $10^h 25^m$. Décalage du pointeur : $0^s,125$.

N°s.	Passages.	Différences.	Demi-différences.	Origine.
	m s	s	s	s
1...	0 02,375	1-6 99,625	49,812	52,187
2...	0 22,375	2-5 59,750	29,875	52,250
3...	0 42,000	3-4 20,125	10,063	52,063
4...	1 02,125	Durée moyenne.		
5...	1 22,125	19s,925	Moyenne...	52,167
6...	1 42,000			+0,125
				52,292

		Durée totale.
Temps initial...	$10^h\ 3^m\ 29^s,458$	22m.22,834s. = 1342,834s.
» final....	$10^h\ 25^m\ 52^s,292$	

Durée moyenne approchée.. 19s,963
Nombre d'oscillations..... 67 (quotient : 67,2)
Durée vraie..... 20,0423s.,

soit, pour une seule oscillation,

2,00423 s.

Au lieu de prendre la moyenne arithmétique des résultats qu'auraient donnés les 10 expériences, il est plus juste de faire la somme des durées totales, et le quotient de ce nombre par le nombre total des oscillations, ce qui introduit chaque expérience avec son poids. On a

$$\frac{19516{,}813\text{ s.}}{9736\text{ oscill.}} = 2{,}00460\text{ s.}$$

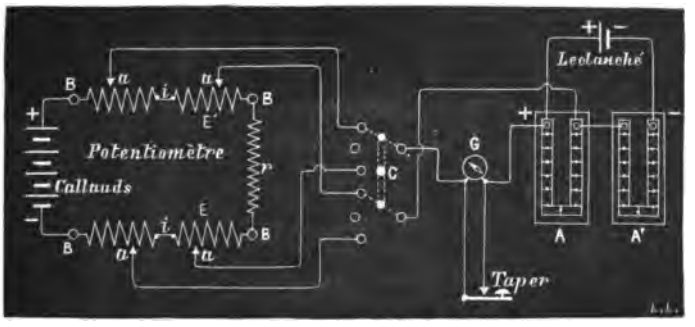
ARTICLE IV.

POTENTIOMÈTRE.

L'appareil spécialement construit pour mes expériences est, au fond, un potentiomètre de Clark, dans lequel je me suis efforcé d'éliminer les petites causes d'erreurs, telles que forces électromotrices parasites, variations de résistance avec la température, etc.

Il se compose (*fig.* 15 et 16) de deux cylindres en ébonite E et E′ de 8 cm. de diamètre et de 30 cm. de longueur. Sur ces cylindres tournés sont tracées, à partir du centre, deux hélices à pas contraires, dans la gorge desquelles s'en-

Fig. 15.



roule un fil nu en ferro-nickel (3 X) de 0,5 mm. de diamètre.

Au point de départ des deux hélices, le fil est retenu par deux goupilles d'ivoire *i*, *i*. Les extrémités du fil sont arrêtées aux deux bagues de cuivre *b*, *b* au moyen de vis. Le fil se trouve donc parfaitement fixe sur la bobine. Sur les bagues *b* frotte un balai *f* formé de fils de cuivre. Ces balais sont fixés par des vis aux plots qui portent les bornes B, montées elles-mêmes sur piliers d'ébonite *p*. Les vis V permettent d'établir et de supprimer à volonté le contact entre les frotteurs et les bagues. La construction des deux bobines est la même. Les manivelles M permettent de faire tourner les cylindres autour de leur axe. L'extrémité de l'axe opposée à la manivelle porte une roue dentée *e*, qui engrène avec un pignon *e'* communiquant le mouvement de rotation à la tige *tt*. Sur cette tige et à partir de son centre sont tracés deux filets à pas contraires, en sorte que les écrous entraînent les bornes *c*, *c* en sens contraires, ce qui les éloigne ou les rapproche

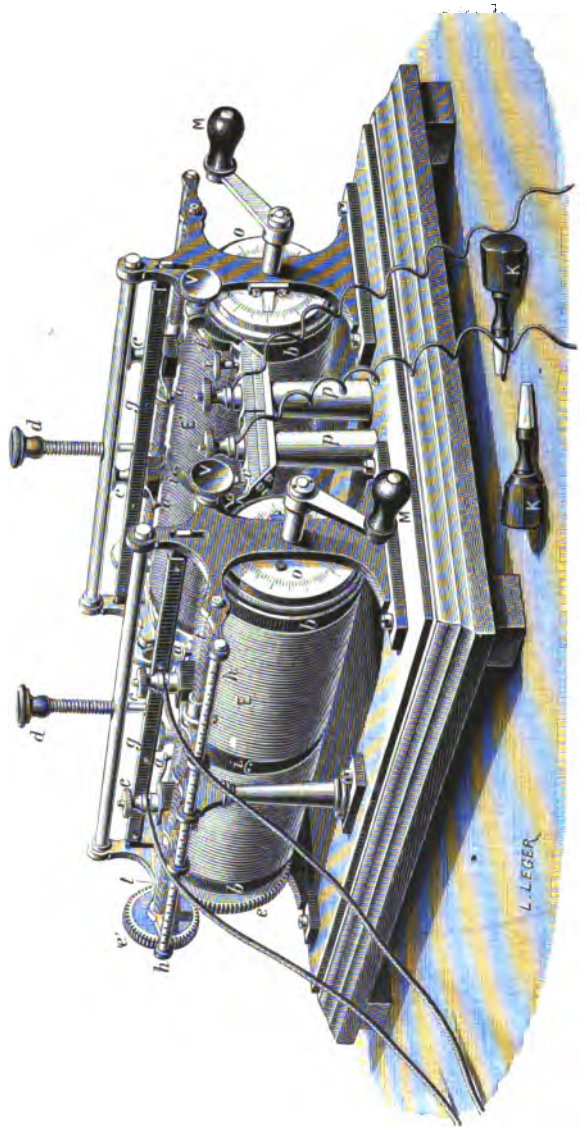


Fig. 16.

simultanément. On établit le contact en agissant sur le bouton d ; la barette d'ébonite g appuie alors sur deux lames flexibles en laiton a, a, fixées aux bornes c et portant, en regard du fil, un contact en argent qui vient le toucher.

On estime l'écartement des curseurs, et par suite la longueur du fil interposée entre eux, au moyen d'une graduation tracée sur la tige hh et sur le cercle divisé o.

Lorsqu'on se sert du potentiomètre, le fil des bobines est traversé par un courant fourni par une batterie de 4 éléments Callaud pareils à ceux qui servent au réglage de la vitesse, et dont on peut faire varier l'intensité au moyen d'une boîte de résistance. Le courant employé avait une intensité de 0,03 d'ampère au plus, ce qui correspond à une densité de courant égale à environ 0,025 d'ampère par décimètre carré de surface d'électrode de cuivre des éléments de pile. La résistance totale du potentiomètre est d'environ 130 ohms. Une clef telle que k, introduite entre les bornes B, B, supprime la résistance d'ajustement, ou, pour l'extrémité opposée, met la pile en court-circuit.

La différence de potentiel créée par la pile attelée sur le potentiomètre, se partageant entre les deux bobines, doit être supérieure au double de la plus grande force électromotrice à équilibrer. De plus, on disposera de la résistance, de façon à utiliser la plus grande longueur de fil potentiométrique possible, dans le but de diminuer l'erreur relative aux lectures.

Si les deux forces électromotrices à comparer sont très différentes, on oppose à la plus grande une force électromotrice convenable, de manière à la ramener à l'ordre de grandeur de la plus faible. Désignons par x, y et z les trois forces électromotrices mises en jeu ; a et b étant les lectures sur le potentiomètre, on a

$$\frac{x-z}{y}=\frac{a}{b}.$$

En comparant les forces électromotrices x et z, on a

$$\frac{x}{z} = \frac{c}{d}.$$

Ces deux équations font connaître le rapport cherché $\frac{x}{y}$.

Calibrage des fils du potentiomètre. — Chaque bobine est formée de 132 spires, à savoir 66 pour les deux sens d'enroulement. A chaque tour de la manivelle M, les curseurs c s'écartent d'un intervalle comprenant 2 spires. J'ai rapporté les indications de l'appareil à la valeur moyenne de 65 tours de manivelle. La correction de calibrage a été déterminée directement de 5 en 5 tours, et calculée par interpolation pour les tours intermédiaires.

Pour cela, on dispose le montage représenté par la *fig.* 15. Le fil du potentiomètre est traversé par le courant des 4 callauds. Deux boîtes de résistance identiques A et A', vérifiées par la maison Carpentier, et par moi-même, sont traversées par un courant fourni par un élément Leclanché à grande surface. La différence de potentiel qui sert au calibrage est prise sur la boîte A, selon la méthode de M. Bouty. L'indicateur de zéro est un galvanomètre sensible et apériodique placé en G (ou bien un électromètre capillaire). Un commutateur bipolaire C permet de calibrer l'une ou l'autre des 2 bobines. On dispose de la résistance r de façon que 65 divisions prises sur l'une ou sur l'autre des 2 bobines équilibrent la différence de potentiel prise sur A, lorsque toutes les chevilles de cette boîte sont supprimées, celles de la boîte A' étant en place. En désignant par c le facteur correctif relatif à une lecture l, par L, la lecture qui correspond à la totalité de la bobine (65 divisions), r et R étant les résistances prises sur A correspondant aux deux lectures, on a

$$\frac{cl}{L} = \frac{r}{R},$$

d'où

$$c = \frac{rL}{lR}.$$

Les lectures l sont aussi voisines que possible des divisions 5, 10, etc.; elles n'en diffèrent que du petit déplacement nécessaire pour établir l'équilibre rigoureux du galvanomètre. On effectue la lecture l entre deux lectures L, et l'on prend la moyenne dans le but d'éliminer les variations très faibles de force électromotrice des piles au cours des mesures. Celles-ci, du reste, ne durent que quelques minutes.

Exemple de calcul de c. — On a

$$L = 65{,}0875 \qquad R = 10000$$
$$l = 40{,}0550 \qquad r = 6140$$
$$L = 65{,}0900 \qquad R = 10000$$

d'où

$$c = 0{,}997740.$$

J'ai pu dresser ainsi deux tableaux de la correction de calibrage pour les deux bobines du potentiomètre.

Par suite de la parfaite construction de l'appareil (1), le zéro de la graduation se trouve coïncider avec le zéro des bobines, c'est-à-dire que le changement dans le sens d'enroulement du fil potentiométrique a été exécuté de telle manière que les lectures de 1, 2, etc. divisions correspondent sensiblement à 1, 2, etc. tours moyens. L'erreur relative qui en résulte *pour un seul tour* n'est d'environ que $\frac{1}{200}$, soit $\frac{1}{1000}$ pour 5 tours. Il est donc inutile d'introduire un terme correctif relatif à la position du zéro; il suffit de confondre cette correction avec celle de calibrage.

Constante du potentiomètre. — Toutes corrections faites, si l_1 et l_2 sont les lectures effectuées sur les deux

(1) Le potentiomètre et les appareils magnétiques ont été soigneusement construits par M. Ch. Gianotti, de Lyon, à qui j'adresse ici mes remercîments.

bobines, et qui correspondent à l'équilibre d'une même différence de potentiel, il existe toujours une constante k, telle que $kl_1 = l_2$. La quantité k se nomme la constante du potentiomètre. Pour déterminer k, chaque lecture l_2 est comprise entre deux lectures de l_1. La moyenne de ces dernières élimine la variation possible des piles.

Exemple de calcul de k :

Bobine n° 1	63,4450
Bobine n° 2	64,1450
Bobine n° 1	63,4475
Moyenne pour bobine n° 1 (corrigée du calibrage)	63,4435
Bobine n° 2 (corrigée)	64,1136

d'où

$$k = 1,010877 .$$

11 déterminations m'ont conduit au Tableau suivant :

Résistances en A.	Valeurs de k.
7600	1,010738
7550	961
7500	877
7450	951
7400	765
7110	833
6110	777
5110	960
4110	897
3110	554
2110	677
	Moyenne : 1,010817

Remarque. — La comparaison directe des résistances totales des deux bobines donne pour la valeur du rapport le nombre 1,010741, qui diffère de moins de $\frac{1}{12000}$ de la valeur précédente. Il faut noter que la méthode par les comparaisons des résistances totales est un peu moins certaine, dans le cas présent, que la méthode potentiométrique.

ARTICLE V.

ÉLECTROMÈTRE.

L'électromètre capillaire de M. Lippmann est le seul qui soit assez sensible pour pouvoir être utilisé dans mes expériences. Celui que j'ai construit accusait, par une déformation nettement appréciable du ménisque, une différence de potentiel de $\frac{1}{20000}$ de volt. On obtient souvent une telle sensibilité; dans des cas exceptionnels, l'appareil peut même indiquer $\frac{1}{50000}$ de volt.

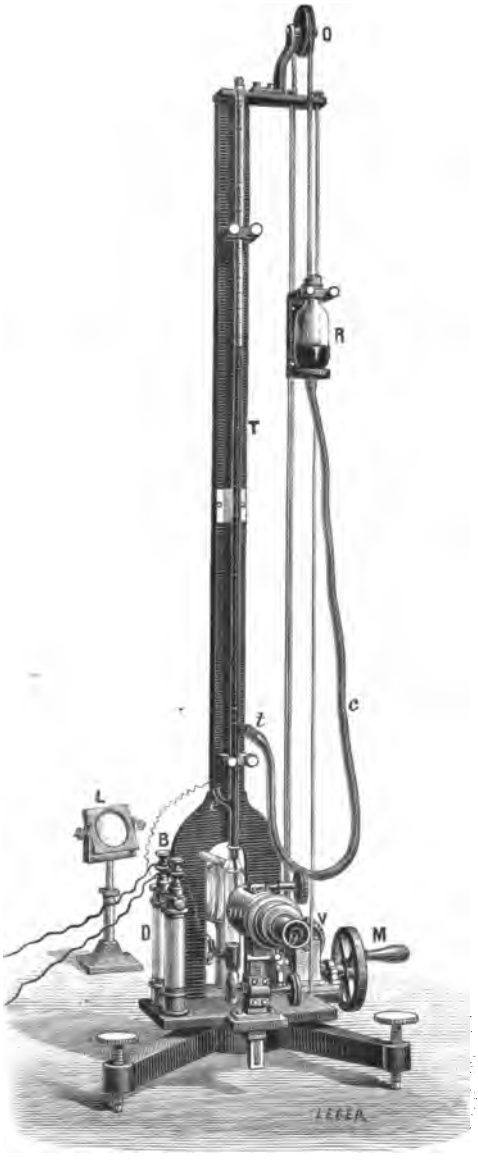
Pour remplir le tube de mercure et le vider, j'ai adapté (*fig.* 17) à une tubulure latérale *t* un tuyau de caoutchouc *c* se rendant à un réservoir à mercure R, que l'on peut élever ou abaisser le long de deux guides au moyen d'une manivelle M, d'une vis tangente V et d'une poulie fixe O(1).

Lorsque l'électromètre ne doit pas servir, on descend le réservoir R de façon à *vider presque complètement* le tube T. L'eau acidulée s'élève alors dans la pointe qui est *parfaitement mouillée*, jusque dans la partie *large*. Cette simple précaution rend l'instrument sûr et commode. Elle supprime les effets funestes de l'oxydation du mercure ou de la formation de cristaux dans la pointe capillaire. Aussi l'appareil peut fonctionner sans la moindre hésitation, au bout de plusieurs mois, dès qu'on fait arriver le mercure dans le tube gradué T. La manœuvre de la manivelle M permet d'amener le ménisque facilement dans le champ du microscope *m*. On peut, si on le désire, retirer

(1) Cet électromètre a été établi par M. Victor Chabaud, qui emploie ce même dispositif de la vis sans fin dans un grand nombre de ses appareils.

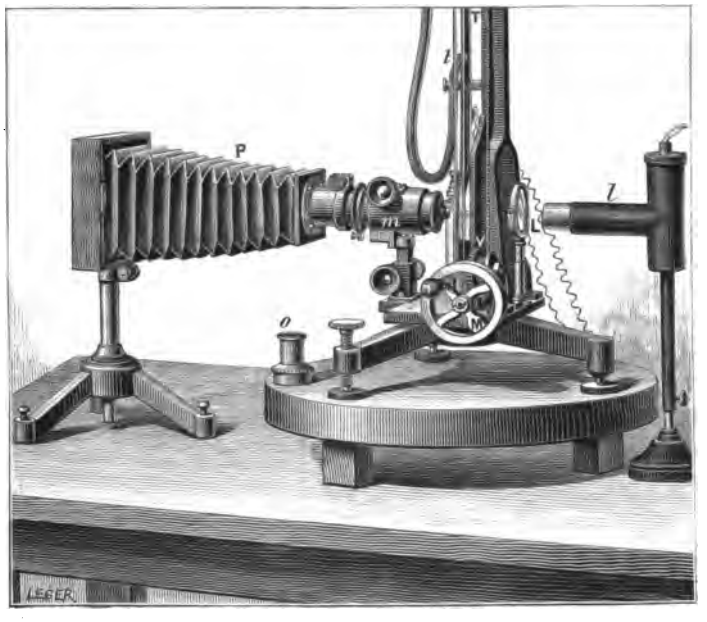
On peut plus simplement faire usage d'un petit flacon à tubulure inférieure que l'on pose sur une tablette à la hauteur convenable, et qui communique par un tube de caoutchouc avec l'électromètre. Une pince de serrage permet d'établir ou de supprimer la communication. M. Gouy, dans ses recherches sur les amalgames, a opéré d'une manière analogue.

Fig. 17.



l'oculaire et observer le ménisque projeté par l'objectif du microscope sur le verre dépoli, portant une division, de la chambre à soufflet P (*fig.* 18). Les fils de platine

Fig. 18.



qui se rendent aux deux mercures aboutissent à deux bornes B portées sur des piliers D de diélectrine Hurmuzescu. Les deux mercures sont ainsi parfaitement isolés.

CHAPITRE III.

ARTICLE I.

MARCHE D'UNE EXPÉRIENCE.

On a vu (*fig.* 2) la disposition générale d'une expérience de comparaison entre la force électromotrice induite et celle d'un élément de pile. L'axe de rotation de l'aimant est orienté dans le plan du méridien magnétique; de cette façon, l'aimantation induite par le champ terrestre est sans influence sur l'induction.

L'aimant étant placé sur le support D, on coiffe le tout de la bobine induite B, à l'intérieur de laquelle on dispose un thermomètre à alcool *h* dont le réservoir est aussi voisin que possible de l'aimant. Un thermomètre à mercure pourrait s'échauffer par induction et de plus introduirait à l'intérieur de la bobine une masse métallique, ce que l'on doit éviter. On établit les connexions nécessaires ; on met le moteur en marche, ainsi que le pendule, puis on règle la vitesse. Celle-ci étant maintenue constante, on observe à l'électromètre, après avoir équilibré préalablement la force électromotrice de l'élément étudié, au moyen de la première bobine du potentiomètre. On établit alors l'équilibre de la force électromotrice induite, au moyen de la deuxième bobine du potentiomètre.

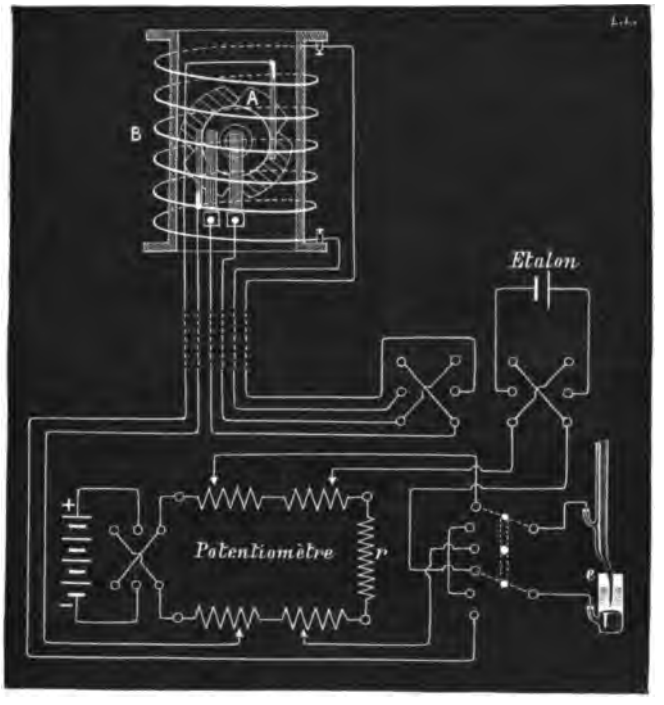
L'appareil de Marey est mis en marche; les circuits d'inscription du pendule et des tours de l'aimant sont fermés ; et on laisse l'enregistrement s'effectuer pendant une ou deux minutes. Cela fait, les commutateurs de la pile du potentiomètre, de la bobine induite et de l'élément étudié sont renversés (1). Puis on équilibre de nouveau la force électromotrice induite au moyen de la deuxième bobine; après quoi, on arrête le moteur. On vérifie l'équilibre de la force électromotrice à évaluer sur la première bobine du potentiomètre, que l'on retouche légèrement si une petite variation quelconque s'est produite pendant l'expérience. La *fig.* 19 montre la disposition schématique des connexions.

Toutes mes mesures ont porté sur trois éléments de pile : les éléments Latimer Clark, Gouy et Daniell. Pendant les expériences, ces éléments étaient à 0° ; pour cela, on les plaçait à l'avance dans de grands vases contenant

(1) Ce retournement a pour but d'éliminer, soit les forces électromotrices parasites, provenant de l'induction sur les quatre conducteurs qui arrivent au commutateur et sur les diverses pièces de commutation, soit aussi les petites forces électromotrices d'origines diverses qui peuvent prendre naissance dans tout le circuit extérieur de la bobine induite.

de la glace fondante. Voici une série d'expériences faites le 22 juin 1894 sur l'étalon Gouy (3F).

Fig. 19.



1re *expérience.*

Le moment magnétique de l'aimant mesuré la veille était de 3308,12 à la température de 14°,4.

L'induit du moteur est actionné par 6 accumulateurs; la température θ de l'aimant est de 21°,1.

Équilibres sur le potentiomètre :

x_1	correspond à...	59,8175				Moyennes.
E_1	» ...	16,2250	x	correspond à...		59,8225
E_2	» ...	16,1900	E	» ...		16,2075
x_1	» ...	59,8275				

N (des tours de l'aimant) $= 421$
n (des oscillations du pendule) $= 32{,}0418$

$$\frac{N}{n} = 13{,}1391.$$

Correction de température..... $\left\{ \begin{array}{l} mt = 0{,}000891(21{,}1 - 14{,}4) \\ \quad = 0{,}005970 \end{array} \right.$

Calcul de E :

Correction due au commutateur (p. 24.)

$$E = \mathcal{K}_a \mathfrak{M}_t \omega \times 0{,}999132 \times 10^{-8} \text{ volts.}$$

Or, on a (p. 19)... $\mathcal{K}_a = 274{,}132$
(p. 64)... $\mathfrak{M}_t = \mathfrak{M}(1 - mt)$
(p. 72)... $\omega = 2\pi \dfrac{N}{n \times 2{,}00460}$

$$E = 858{,}488 \times \mathfrak{M}(1 - mt) \times \frac{N}{n} \times 10^{-8} \text{ volts.}$$

D'où

$$x = 858{,}488 \times 3308{,}12 \times \frac{N}{n} \times (1 - mt) \times k \frac{l_1 c_1}{l_2 c_2} \times 10^{-8},$$

l_1 et l_2 étant les lectures potentiométriques ; c_1 et c_2 les corrections de calibrage correspondantes.

En désignant par K l'ensemble des corrections, en y comprenant même la constante du potentiomètre, on a

$$x = 2839980.10^{-8} \cdot \frac{N}{n} K \frac{59{,}8225}{16{,}2075},$$

$$K = k \frac{c_1}{c_2}(1 - mt) = 1{,}009712,$$

$$x = 1{,}3907 \text{ volts.}$$

2e expérience.

7 accumulateurs ; $\theta = 22°$.

x_1	correspond à...	62,9750			Moyennes.
E_1	» ...	21,1725	x	correspond à...	62,9775
E_2	» ...	21,1250	E	» ...	21,1487
x_2	» ...	62,9800			

$N = 538, \quad n = 33,0193, \quad \frac{N}{n} = 16,2935,$

$t = 22 - 14,4 = 7,6, \quad mt = 0,006772.$

$K = 1,008651,$

$$x = 2839980 \times 16,2935 \times 1,008651 \times \frac{62,9775}{21,1487} \times 10^{-8}$$

$$= 1,3899 \text{ volts.}$$

3e *expérience.*

7 accumulateurs; $\theta = 22°$.

						Moyennes.
x_1	correspond à...	65,9425				
E_1	» ...	23,1750	x	correspond à...		65,9425
E_2	» ...	23,0375	E	» ...		23,1062
x_2	» ...	65,9425				

$N = 527, \quad n = 31,0023, \quad \frac{N}{n} = 16,9987$

$t = 22 - 14,4 = 7,6, \quad mt = 0,006772,$

$K = 1,008881,$

$$x = 2839980 \times 16,9987 \times 1,00881 \times \frac{65,9425}{23,1062} \times 10^{-8}$$

$$= 1,3900 \text{ volts.}$$

4e *expérience.*

8 accumulateurs; $\theta = 22°,2$.

						Moyennes.
x_1	correspond à...	62,9875				
E_1	» ...	26,1525	x	correspond à...		62,9900
E_2	» ...	26,0375	E	» ...		26,0950
x_2	» ...	62,9925				

$N = 442, \quad n = 21,9903, \quad \frac{N}{n} = 20,0998,$

$t = 22,2 - 14,4 = 7,8, \quad mt = 0,006950,$

$K = 1,008857,$

$$x = 2839980 \times 20,0998 \times 1,008857 \times \frac{62,9900}{26,0950} \times 10^{-8}$$

$$= 1,3901 \text{ volts.}$$

La moyenne de ces quatre expériences est

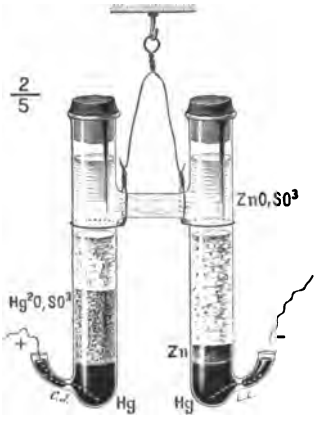
1,3902 volts.

ARTICLE II.

CONSTRUCTION DES ÉTALONS DE PILES.

1° *Latimer Clark.* — J'ai adopté pour ces éléments la forme en H (*fig.* 20). Au fond des tubes se trouve du mercure pur, en relation avec deux petits fils de platine. Sur l'un des mercures flotte une épaisse couche de sulfate mercureux ; sur le second mercure est placé un morceau de zinc pur, qui forme un amalgame. Enfin, dans les deux

Fig. 20.

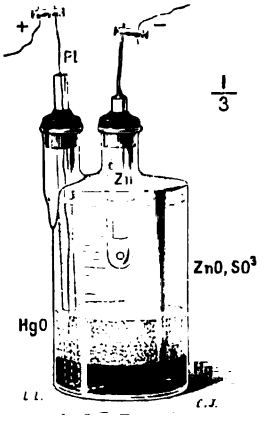


tubes, on introduit des cristaux de sulfate de zinc et on complète le remplissage avec une dissolution saturée du même sel. Les tubes sont ensuite fermés par des bouchons de caoutchouc, préalablement nettoyés par digestion dans une lessive de soude caustique en ébullition. Ces bouchons sont scellés à la cire d'Espagne.

Le mercure a été purifié avec soin ; des essais chimiques m'ont d'ailleurs assuré de sa pureté. Le zinc utilisé dans les divers étalons était parfaitement pur. Il n'était pas attaqué à froid par l'eau acidulée, et ne laissait aucun résidu insoluble dans les acides sulfurique et chlorhydrique. L'appareil de Marsh n'a donné aucune trace d'arsenic. Le sulfocyanure de potassium donnait *peut-être* une faible

coloration lorsqu'on regardait suivant l'axe dans le tube à essai. Le sulfate mercureux a été préparé en faisant bouillir du mercure pur en excès avec de l'acide sulfurique concentré et pur. Le sel séparé de l'excès de mercure a été égoutté, puis lavé au sulfate de zinc. Le sulfate de zinc lui-même provient de la purification par cristallisations successives avec élimination des premiers et

Fig. 21.



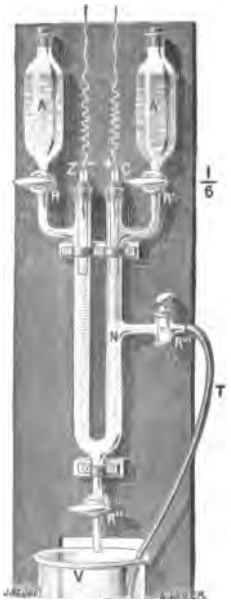
des derniers cristaux formés, du sulfate de zinc dit chimiquement pur. Il a subi la purification qu'indique M. Gouy pour son étalon. Le même sulfate a servi pour toutes mes expériences. Je me suis assuré de la pureté absolue de mes cristaux.

2° *Gouy*. — Je me suis conformé strictement aux indications données par l'auteur (¹), en me bornant à n'employer que des produits que j'ai préparés moi-même, de façon à être certain de leur pureté (*fig.* 21).

(¹) Gouy, *Sur une pile étalon* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences,* 16 mars 1887, et *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VII, p. 532; 1888).

3° *Daniell.* — J'ai adopté la forme en U, recommandée par le Dr J.-A. Fleming (1). La solution de sulfate de zinc a une densité de 1,400 à 15 degrés, celle de sulfate de cuivre étant de 1,100. Ce dernier sel a été, comme le sulfate de zinc, purifié avec soin, par cristallisations répétées. A (*fig.* 22), est le réservoir de sulfate de zinc; A′ celui

Fig. 22.



de sulfate de cuivre; N est le plan de séparation des deux solutions. En manœuvrant convenablement les robinets, il est facile de renouveler les liquides.

Au commencement de chaque série d'expériences, le zinc était fraîchement amalgamé au mercure pur. Le fil de cuivre électrolytique formant le pôle positif était cuivré

(1) J.-A. Fleming, *Sur l'emploi de la pile Daniell comme étalon de force électromotrice* (*Philosophical Magazine and Journal of Science,* XXe volume, p. 126; 1885).

galvaniquement dans un peu de la même solution de sulfate de cuivre, avec anode cylindrique en cuivre électrolytique. Cette solution était maintenue dans la glace. Le cuivre était ensuite rincé dans une autre solution glacée de sulfate de cuivre de même densité que celle de l'étalon.

Sans cette précaution, le cuivre n'étant pas recouvert d'un dépôt frais, l'étalon a une force électromotrice notablement plus élevée, qui peut atteindre 0,01 de volt.

Remarque. — Les étalons L. Clark et Gouy ont été recouverts d'une couche de vernis noir pour les préserver de la lumière. L'étalon Daniell, que l'on remplit à chaque expérience, était placé dans l'obscurité. J'ai constaté une influence faible, mais non douteuse, de la lumière sur les trois étalons.

Résultats obtenus avec les trois étalons :

L. Clark (5 L), Gouy (3 F) et Daniell.

Date (1894).	L. Clark (5 L.)	Gouy (5 F.)	Daniell.
	volt	volt	volt
Mai 27.....	1,4568	1,3923	1,0918
	1,4510		1,0924
		1,3907	
Mai 30.....	1,4559	1,3906	1,0912
	1,4500	1,3959	1,0920
	1,4504	1,3958	1,0923
		1,3957	
	1,4548	1,3962	1,0924
Juin 20.....	1,4562	1,3961	1,0924
	1,4550	1,3932	1,0940
	1,4558	1,3965	1,0961
	1,4497	1,3918	1,0962
Juin 21.....	1,4534	1,3904	1,0959
	1,4559	1,3896	1,0949
	1,4555	1,3899	1,0960
	1,4497	1,3907	1,0938
Juin 22.....	1,4526	1,3899	1,0960
	1,4501	1,3900	1,0930
	1,4500	1,3901	1,0950

(Date 1894).	L. Clark (5L.)	Gouy (3F.)	Daniell.
	volt	volt	volt
Juillet 18.....	1,4561	1,3896	1,0945
	1,4530	1,3963	1,0938
	1,4567	1,3970	1,0941
	1,4567	1,3967	1,0942
Juillet 19.....	1,4500	1,3901	1,0966
	1,4496	1,3901	1,0958
	1,4547	1,3960	1,0960
	1,4496	1,3963	1,0959
Juillet 20.....	1,4520	1,3963	
	1,4515	1,3966	
	1,4549	1,3961	
	1,4547	1,3904	
Moyennes.....	1,4532	1,3932	1,0943

D'après cela, on a pour les rapports :

1° Du Clark (5L) au Daniell : 1,3280;
2° Du Gouy (3F) au Daniell : 1,2731;
3° Du Clark (5L) au Gouy (3F) : 1,0431.

Vérifications. — Plusieurs expériences ont été faites en comparant directement les étalons par le potentiomètre.

18 *juillet.* — 1° La moyenne de deux comparaisons directes du Clark (5L) au Daniell est

1,3281.

2° La moyenne de deux comparaisons directes du Gouy (3F) au Daniell est

1,2733.

En divisant ces rapports trouvés directement, on a pour le rapport du Clark (5L) au Gouy (3F)

1,0430.

20 *juillet.* — On a comparé directement le Clark (5L) au Gouy (3F); la moyenne de deux expériences est

1,0430.

Remarque. — La moyenne des valeurs obtenues pour chaque étalon peut être considérée comme formée par un nombre double d'expériences, puisque chacune est le résultat de deux observations faites pour éliminer les forces électromotrices parasites; mais, au point de vue des erreurs accidentelles de pointés, qui sont de beaucoup les plus importantes, c'est comme si l'on faisait deux expériences. On peut donc considérer les valeurs du Clark et du Gouy comme le résultat de 58 déterminations et celles du Daniell de 50.

Comparaison des étalons du même type entre eux. — *Étalon Clark.* — J'ai construit cinq éléments avec les produits purs que j'ai préparés. Je les ai comparés à l'étalon (5L) sur lequel les mesures directes ont été faites. Voici les résultats, exprimés en unités absolues :

(5L).....	1,4532 volts	
(6L).....	1,4535	
(7L).....	1,4535	(A)
(8L).....	1,4536	
(9L).....	1,4535	

La moyenne que j'adopte définitivement comme valeur, en unités électromagnétiques pratiques de l'étalon Latimer Clark, tel que je l'ai défini, est de

1,4333 volts à la température de 0°.

A titre de curiosité, j'en ai monté quatre autres avec du sulfate mercureux commercial, de deux sources différentes, mais en employant du mercure, du zinc et du sulfate purs.

Voici les résultats obtenus :

(1B).....	1,4444 volts
(2B).....	1,4452
(3P).....	1,4554
(4P).....	1,4568

On voit la nécessité d'employer des produits rigoureu-

sement purs. Plus intéressante est la comparaison de trois éléments construits par la maison Carpentier :

N° 191.....	1,4534 volts	Moyenne..	1,4533 volts
N° 315.....	1,4532		
N° 316.....	1,4533		

Ce nombre ne diffère pas de $\frac{1}{7000}$ de mon résultat, et montre la confiance que l'on peut accorder à cet étalon, à la condition de le construire avec soin. Ainsi que l'a déjà remarqué Lord Rayleigh (1), la constance de cet élément est aussi parfaite que possible, pourvu qu'on ne l'utilise qu'en circuit ouvert ou à la charge de condensateurs de faible capacité (2).

Étalon Gouy. — J'ai construit quatre éléments avec les produits purs; voici le résultat obtenu par comparaison avec l'étalon (3F) :

(3F).....	1,3932 volts	
(4F).....	1,3926	(B)
(5A).....	1,3927	
(6A).....	1,3927	

(1) Lord RAYLEIGH, *Sur l'équivalent électrochimique de l'argent, et sur la force électromotrice absolue des éléments de Clark* (*Philosophical Transactions of the Royal Society of London;* 1884).

(2) Les cinq étalons Clark ont été montés au commencement de juillet 1893. Comparés, un mois après, à l'étalon Carpentier n° 315, j'ai trouvé les rapports suivants :

5L.....	1,000 4
6L.....	1,000 3
7L.....	1,000 4
8L.....	1,000 4
9L.....	1,000 5

On voit que ces étalons peuvent être pris l'un pour l'autre, en négligeant une force électromotrice inférieure à $\frac{1}{10\,000}$ de leur valeur. Les mesures effectuées un an après, et consignées dans le Tableau (A), montrent que la concordance s'est conservée.

Moyenne adoptée définitivement pour l'étalon Gouy :

1,3928 volts à la température de 0°.

Avec de l'oxyde jaune de mercure du commerce, j'ai obtenu :

(1P)..... 1,3914 volts et (2P)..... 1,3917 volts

Deux éléments de la maison Carpentier m'ont donné :

N° 2660 — 2.....	1,3905 volts	Moyenne. 1,3910 volts.
N° 2660 — 3.....	1,3915	

Un vieil élément, du type à faible résistance intérieure, en service dans le laboratoire depuis plus de six ans, à ma connaissance, et qui plusieurs fois a été accidentellement abandonné plusieurs heures en court-circuit, ou traversé par des courants de sens contraire, en un mot, maltraité, a donné : 1,3918 volts nombre qui ne diffère que de 0,001 de celui que j'ai indiqué comme valeur moyenne de l'étalon Gouy. Ce résultat montre que ces éléments sont robustes, condition souvent très précieuse; ainsi que l'indique M. Gouy lui-même, il suffit, lorsqu'on les a maltraités, de les mettre un moment en court-circuit et de les abandonner ensuite quelques heures : ils reprennent très sensiblement leur valeur première. De plus, leur coefficient de température est environ six fois moindre que celui de l'étalon Clark.

Remarques. — 1° D'après Lord Rayleigh, la force électromotrice du L. Clark à 15° est 1,435 volts absolus, son coefficient de température négatif étant de 0,00082. D'après cela, on a

$$E_\theta = 1{,}435[1 - 0{,}00082(\theta - 15)].$$

On en déduit pour 0 degré la valeur

1,4527 volts.

Ce nombre, obtenu en déterminant une résistance en valeur absolue et en mesurant le courant qui la traverse au moyen d'un électrodynamomètre absolu, ne diffère pas de $\frac{1}{1800}$ du nombre (1,4535) qui résulte de mes propres déterminations, faites par une méthode totalement différente.

2° M. Gouy indique pour son étalon la formule

$$E_\theta = 1,390 - 0,0002(\theta - 12) \text{ volts « légaux »},$$

ce qui donne à 0°

1,3924.

Ce nombre se confond très sensiblement avec celui que j'ai trouvé directement en volts absolus (1,3928); malheureusement M. Gouy dit que ce nombre représente des volts « légaux ».

L'équivalent électrochimique de l'argent admis par M. Gouy est précisément celui qu'a trouvé Lord Rayleigh. Peut-être l'ohm de Carpentier auquel M. Gouy dit s'être rapporté était-il déterminé en valeur absolue? Si nous admettions cette hypothèse, mes résultats, qui sont d'accord avec celui de Lord Rayleigh, le seraient aussi avec celui de M. Gouy, et, ce qui *est bien plus décisif*, le rapport de ces deux nombres serait précisément le même que celui qu'on observe par la simple comparaison directe des deux étalons, au moyen du potentiomètre. On a vu que le rapport de mes deux déterminations en valeur absolue concorde à moins de $\frac{1}{10000}$ près avec le rapport observé par simple comparaison.

3° Le Dr J.-A. Fleming indique pour l'étalon Daniell la valeur, à 15°,

1,072 volts réels,

avec un coefficient de température égal à 0,00015. On

aurait donc, d'après cet auteur,

$$E_\theta = 1,072[1 - 0,00015(\theta - 15)] \text{ volts réels,}$$

soit 1,0744 volts réels à 0°.

Ce nombre diffère notablement de celui que j'ai trouvé directement (1,0943), et dont les rapports avec la valeur du Clark et celle du Gouy concordent parfaitement avec la comparaison au potentiomètre.

J'ai cependant observé scrupuleusement toutes les précautions, et jusqu'à la forme, indiquées par le Dr Fleming.

ARTICLE III.

FORCE ÉLECTROMOTRICE DES PRINCIPAUX ÉLÉMENTS DE PILES.

Étalon Baille et Féry. — J'ai construit deux échantillons en me conformant strictement aux indications qu'a bien voulu me donner M. Féry. Ils sont formés de mercure tenant du zinc pur en dissolution saturée, une solution de chlorure de zinc de densité 1,18 et, comme pôle positif, d'un fil de plomb entouré de chlorure de plomb.

Par comparaison avec le L. Clark (5L), j'ai trouvé, pour le premier, 0,5508 de volt et, pour le deuxième, 0,5535. Une troisième expérience, faite sur les deux éléments en tension, a donné pour l'un 0,5501. La moyenne de ces trois valeurs pourra être adoptée :

0,5515 volt.

Autres éléments. — Ils ont été déterminés à la température de 21°,7. D'après Lord Rayleigh, ainsi que nous l'avons dit, la force électromotrice de l'élément L. Clark diminue de 0,00082 par degré; ce qui donne pour la valeur de l'élément (5L) à cette température : 1,427 volts. Voici les forces électromotrices trouvées, par comparaison au potentiomètre :

Bunsen. — Acide sulfurique 10° Baumé, acide azotique à 36° :

1,945 volts.

Pile au bichromate de soude. — Avec un seul liquide de composition

Eau	1 litre
Bichromate de soude	300 gr.
Bisulfate de mercure	5 gr.
Acide sulfurique, à 66°B	400 cm³

Force électromotrice :

2,013 volts

Leclanché. — Élément normal, liquide excitateur formé de 1 partie de sel ammoniac dissous dans 5 parties d'eau,

1,482 volts.

Il est préférable d'employer, quoique la force électromotrice soit un peu plus faible, un liquide spécial, évitant les grimpements et les cristaux sur le zinc, préparé de la manière suivante. Dans 1 l. d'acide chlorhydrique du commerce, on ajoute peu à peu 350 g. à 400 g. de zinc, de façon à en laisser un peu en excès. On dissout 500 g. de sel ammoniac pulvérisé, puis on ajoute une petite dissolution faite à part de 5 g. de sel ammoniac et 5 g. de bichlorure de mercure dans 50 cm³ d'eau. Ce dernier liquide ne doit être ajouté que lorsqu'on a séparé l'excès de zinc et les poussières insolubles par filtration sur une toile.

La force électromotrice du Leclanché, monté avec ce liquide étendu de 4 volumes d'eau, est de

1,428 volts.

Daniell. — Fraîchement monté, à vase poreux, avec une solution de 1 partie de sulfate de zinc pour 10 parties d'eau, baignant le zinc amalgamé (¹) :

1,121 volts.

(¹) Cette force électromotrice est plus élevée que celle trouvée pour

En le montant avec de l'eau acidulée formée de 1 volume d'acide sulfurique dans 9 volumes d'eau, on trouve :

1,127 volts.

Un des éléments Callaud, m'ayant servi plus d'un an, avait une force électromotrice de 1,086 volts.

Élément Lalande et Chaperon. — Type à vase de fonte. Dans le fond se trouvait une forte couche de bioxyde de cuivre noir; le liquide excitateur était formé de 1 partie de potasse caustique fondue et 3 parties d'eau. L'un des éléments a donné, *vierge de tout courant*, 0,885 volt; un deuxième, dans les mêmes conditions, 0,921 volt. Après cinq minutes de court-circuit, sur les deux éléments en tension, suivi d'un repos d'une heure et demie, le premier a donné 0,881, le deuxième, 0,911; soit, en moyenne :

0,896 volt.

ARTICLE IV.

OBSERVATIONS SUR LES UNITÉS FONDAMENTALES.

La force électromotrice dépend des unités fondamentales, longueur, masse, temps, par le symbole

$$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2},$$

qui permet de corriger l'erreur que l'on fait sur la mesure absolue de E, connaissant les écarts que présentent les étalons employés avec les étalons internationaux.

J'ai rapporté toutes les mesures de temps, ainsi qu'il a été dit, à un chronomètre Bréguet qui ne varie que d'une seconde par jour. L'erreur relative sur la mesure du temps

---

l'étalon Fleming, mais il faut remarquer que la densité des solutions n'est pas la même, et surtout que je n'avais pas pris la peine, comme pour l'étalon, de recouvrir l'électrode positive d'une couche fraîche de cuivre électrolytique.

est donc, en ne tenant même aucun compte de cette variation, de $\frac{1}{86400}$, ce qui n'entraîne pour E qu'une erreur de $\frac{1}{43200}$, dont je n'ai pas à m'occuper.

Comme je n'ai eu à peser que des masses d'environ 1 kg., par comparaison avec une série de poids de la maison Collot, l'erreur maximum que je pouvais commettre, par l'emploi de cette série, était de 2 mg., soit une erreur relative de $\frac{1}{500000}$. Je me suis même borné à ne faire les pesées qu'au demi-centigramme, ce qui est plus que suffisant, puisque l'erreur relative qui en résulte pour E est seulement de $\frac{1}{400000}$.

J'ai rapporté toutes les mesures de longueur à la règle d'un même cathétomètre. Il importait de la comparer au mètre international, d'autant plus qu'elle présentait des écarts notables avec d'autres mètres dont j'ai eu à me servir

Pour cela, on a fixé, sur une barre de laiton, deux mouches de nickel polies, sur lesquelles on a tracé au diamant deux traits distants très sensiblement de 1 m. Cette distance a été trouvée, par la méthode du comparateur, égale à

100,0142 cm.,

la température étant de 9°,625 du thermomètre à hydrogène.

Je suis heureux d'exprimer ici mes remercîments à M. Ch.-Ed. Guillaume, du Bureau international des Poids et Mesures, qui a bien voulu se charger de la construction de cet étalon, ainsi qu'à M. Chappuis, qui en a effectué la comparaison avec l'étalon international.

La barre étant suspendue verticalement, on estime au cathétomètre la distance des deux traits. Je l'ai trouvée égale à

100,0049.

La température de la cave où j'ai fait cette comparaison

était de 11°,75. Voici les valeurs des deux séries d'expériences :

100,006	100,005	
100,005	100,006	
100,004	100,007	Moyenne : 100,0049.
100,005	100,004	
100,003	100,004	

La barre suspendue n'était pas rigoureusement verticale. En tenant compte de la légère inclinaison, j'ai trouvé que la longueur apparente L était, en fonction de la longueur vraie,

$$L = L_v(1 - 0{,}000018).$$

Enfin, en admettant pour le coefficient moyen de dilatation du laiton la valeur $(18473 + 5{,}29t)\,10^{-9}$, la longueur à 0° du mètre du cathétomètre est, en réalité, égale à

$$100 \text{ cm.} - 103^{\mu} = 99{,}9897 \text{ cm.};$$

soit, en chiffres ronds,

$$99{,}990 \text{ cm.}$$

L'écart que présente la règle du cathétomètre correspond donc à 0,0001 de sa valeur, ce qui entraîne sur E une erreur de 0,00015. Remarquons, d'ailleurs, que cette erreur se compense en grande partie avec celle provenant de la température dont je n'ai pas tenu compte dans mes expériences. Il serait donc absolument illusoire de modifier les résultats indiqués pour les trois étalons de piles.

RÉSUMÉ.

J'ai appliqué une nouvelle méthode, fondée sur l'induction, pour déterminer directement, une force électromotrice quelconque, en unités absolues électromagnétiques.

J'ai été ainsi conduit à attribuer aux forces électromotrices des étalons Latimer Clark, Gouy et Daniell, les valeurs suivantes :

Latimer Clark.....	1,4535 volts
Gouy.....	1,3928 »
Daniell.....	1,0943 »

Ces nombres sont nécessairement exprimés en **volts absolus**, et correspondent à la **température de 0°**.

Au cours de mes recherches, j'ai été conduit à perfectionner l'application de la méthode des oscillations, qui conduit à la mesure de la constante de torsion d'un fil. J'ai reconnu qu'il suffit de prendre, comme cylindre oscillant, un cylindre dont la hauteur H et le diamètre D vérifient la relation suivante :

$$H = \frac{D\sqrt{3}}{2} \qquad \text{ou} \qquad R\sqrt{3},$$

pour éliminer l'erreur qui provient du défaut de centrage du fil. Dans ces conditions, en effet, le cylindre jouit, au point de vue de son moment d'inertie, de la symétrie d'une sphère parfaite.

J'ai perfectionné également le mode d'emploi de la méthode de Gauss pour la détermination de $\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}}$: emploi d'une bobine parfaite pour la détermination du méridien, d'un équipage dévié de construction bien symétrique, et nettement amorti, combinaison de soixante-douze lectures permettant d'éliminer les erreurs de tous ordres, à savoir, longueur des aimants déviants et déviés, magnétisme induit transversalement par le champ terrestre, dissymétries magnétiques et géométriques, variation du champ terrestre au cours des mesures, etc. Pour la détermination de $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$, j'ai appliqué la méthode statique ; il est nécessaire alors, pour obtenir de bons résultats,

d'employer un amortisseur électromagnétique, c'est-à-dire de loger l'aimant à l'intérieur d'un épais cylindre de cuivre électrolytique. La combinaison de seize lectures élimine les erreurs de toute nature. En opérant ainsi, j'ai trouvé, en répétant la mesure, des valeurs de $\mathfrak{M}$ concordant sensiblement à $\frac{1}{10000}$.

Pour la comparaison des forces électromotrices, j'ai établi un potentiomètre qui me paraît supprimer les diverses causes d'erreurs inhérentes à ce genre d'appareils.

Le zéro était indiqué par un électromètre capillaire de M. Lippmann, à réservoir mobile permettant de régler, avec facilité, la colonne de mercure, et surtout de vider presque complètement le tube, lorsque l'électromètre n'est pas en service, ce qui le *conserve indéfiniment* dans le même état.

Enfin, j'ai pu constater l'excellence, à tous les points de vue, de la méthode qu'a proposée M. Lippmann, pour constater la constance d'une vitesse de rotation. Cette méthode, très supérieure, ainsi que je l'ai indiqué, à la méthode stroboscopique, peut servir à la construction d'un tachymètre électrique d'autant plus précieux qu'il permet d'envoyer et même de *distribuer* aisément, à toutes distances, ses propres indications.

Le présent Travail a été fait au Laboratoire des Recherches physiques, à la Sorbonne, dirigé par M. le professeur Lippmann, à qui je suis redevable de tant de précieuses indications : qu'il me soit permis de lui exprimer ici ma vive gratitude.

Je dois remercier aussi M. Maneuvrier, sous-directeur du Laboratoire, qui m'a accordé, avec beaucoup de bienveillance, toutes les facilités matérielles, sans lesquelles il m'aurait été impossible d'accomplir ma tâche.

Enfin, je dirai, en terminant, que j'ai été assisté sans cesse, dans ces expériences souvent pénibles, par mon collègue et cher ami M. A. Guillet, avec un dévouement qui n'a d'égal que son propre mérite. Il m'est doux de lui adresser mes remercîments, et de lui exprimer ma reconnaissance pour sa précieuse collaboration.

Vu et approuvé :

Paris, le 25 mai 1895.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 25 mai 1895.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,
GRÉARD.

SECONDE THÈSE.

ESSAI SUR LA PRÉPARATION DU BARYUM MÉTALLIQUE.

CHAPITRE I.

MÉTHODE ÉLECTROLYTIQUE.

ÉLECTROLYSE DU CHLORURE DE BARYUM.

En octobre 1890, j'ai cherché à préparer le baryum par l'électrolyse du chlorure en fusion, pur ou mélangé au chlorure de sodium. Un creuset de grès de 500 cm^3 à 600 cm^3 contenait le sel. L'anode était toujours constituée par un charbon plat de 5 cm. de largeur, plongé d'environ 8 cm. dans l'électrolyte; une plaque de fer forgé formait généralement la cathode; elle était entourée, dans le sel fondu et à l'extérieur, d'un long vase poreux, dont le fond avait été supprimé. J'ai employé quelquefois aussi un autre charbon semblable au premier. Dans tous les cas, la cathode plongeait de 10 cm. environ.

Le courant était fourni par une petite dynamo, à double excitation, réglée pour maintenir, entre ses bornes, une différence de potentiel constante de 10 volts, quel que soit le débit. Dans ces conditions, on a, à peu près, 30 ampères au début; mais au bout de quelques minutes, avec le chlorure de baryum pur, le courant baissait rapi-

dement jusqu'à 2 ou 3 ampères seulement. Il se formait donc, par l'électrolyse, un dépôt infusible très résistant. En agitant fortement la cathode, sans la retirer, le courant reprenait sa valeur première ; et ainsi de suite. Je continuais cette manœuvre pendant deux heures environ (1).

En cassant le creuset après refroidissement, je n'ai jamais pu constater la moindre quantité de métal sur la cathode en fer ou en charbon. Il était difficile d'admettre, en effet, que cet accroissement énorme de résistance fût produit par le dépôt du métal ; le sel dissous dans l'eau n'était que fort peu alcalin : la neutralité s'obtenait par l'addition de quelques gouttes seulement d'acide chlorhydrique. Or, d'après la loi de Faraday, le courant moyen de 10 ampères aurait dû libérer, en deux heures,

$$0,0000105 \times 68,5 \times 10 \times 2 \times 3600 = 52 \text{ g.}$$

environ de baryum métallique. J'ai supposé qu'il se produisait un sous-chlorure.

J'ai remplacé alors le sel barytique pur par un mélange, à parties égales, avec du chlorure de sodium, dans l'espoir d'avoir plus de fusibilité, et d'empêcher peut-être cette action secondaire. Dans les mêmes conditions, l'électrolyse se produit très régulièrement, et j'ai pu continuer quelques opérations pendant quatre heures, sans agiter, en ajoutant de temps en temps une pincée du mélange. Pendant que le courant passe, comme dans le cas du sel pur, le chlore se dégage abondamment, en produisant une espèce d'ébullition autour de l'anode.

Mais je n'ai pas été plus heureux pour obtenir du métal ; une seule fois pourtant, en mettant dans l'eau les fragments de la cathode formée d'un charbon, il s'est dégagé une petite bulle d'hydrogène que j'ai enflammée (2).

(1) En retirant la cathode, et la laissant un instant à l'air pour oxyder le dépôt, puis la replongeant, le courant reprenait son intensité ; mais ce procédé est évidemment inapplicable.

(2) Il se formait peut-être un carbure de baryum que M. Maquenne

D'après la loi de Faraday, j'aurais dû préparer environ 260 g. de métal pour 25 ampères (¹).

Dans ce cas, comme dans le premier, le sel est peu alcalin. Le vase poreux qui protégeait la cathode dépassait le liquide de plus de 10 cm. : le chlore, entraîné d'ailleurs par le fort tirage du fourneau, ne pouvait donc pas se recombiner au baryum. Il était fort à supposer qu'il se formait un sous-chlorure de baryum, ou bien de sodium, peut-être une combinaison. C'est, en effet, ce que les analyses m'ont démontré. J'en ai fait trois sur les produits de différentes opérations.

Voici les deux qui diffèrent le plus :

	Première analyse.	Deuxième analyse.
	gr	gr
Poids de matière.....	1,927	2,232
Baryte libre.....	6,15	6,17
Chlore total.....	43,29	44,37
Baryum, déduction faite pour la baryte libre.....	31,47	26,89
Sodium, par différence.....	19,09	22,57
	100,00	100,00

Remarquons que les résultats numériques de ces analyses n'ont nullement à concorder, puisque le poids de sous-chlorure formé dépend évidemment de la durée et de l'intensité du courant pour chacune des expériences. Elles montrent simplement la constance du résultat, car, pour la première analyse, le baryum et le sodium exigent ensemble 45,77 de chlore : il en manque donc 2,48; pour

---

a depuis étudié [*Sur un carbure défini du baryum* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXIV, p. 361; 1892)].

(¹) Matthiessen opérait avec une grande densité de courant sur la cathode : c'est dans ces conditions qu'il semble avoir obtenu quelques globules de baryum.

la deuxième, le baryum et le sodium demandent 48,78 de chlore : il manque 4,41.

Il y a donc un sous-chlorure.

ÉLECTROLYSE DE L'HYDRATE DE BARYTE.

En juin et juillet 1891, j'ai cherché à extraire le métal par l'électrolyse de l'hydrate de baryte BaO,HO. Cet hydrate est introduit dans un creuset en fer, et chauffé. Il fond et perd généralement un peu d'eau : lorsque toute ébullition a cessé, on plonge dans le liquide un crayon de charbon à lumière, qui constitue l'électrode positive. Le creuset forme l'électrode négative, et emmène le courant par une tige de fer vissée extérieurement à la partie inférieure. La matière a été traversée pendant deux heures par un courant de 20 ampères ; la différence de potentiel entre les électrodes était de 9 à 10 volts, fournis par six accumulateurs. Une ébullition se manifeste pendant toute la durée de l'expérience.

La masse, longtemps fondue, finit par se solidifier, malgré l'action du foyer et du courant. Le creuset est alors retiré du feu, puis fermé. Après refroidissement, la matière est détachée au moyen d'un outil d'acier trempé, puis analysée.

Malgré la perte d'eau, la matière ne se comporte pas comme de la baryte anhydre. Elle se délite dans l'eau, sans dégagement de chaleur appréciable ; la solution filtrée ne réduit ni le permanganate de potasse, ni le chlorure d'or, ce qui conduit à conclure qu'elle ne contient pas un sous-oxyde.

Il se forme au contraire, par réaction secondaire de l'oxygène libéré par l'électrolyse, un peu de bioxyde de baryum, car la solution dans l'acide chlorhydrique étendu renferme de l'eau oxygénée, facile à mettre en évidence par la réaction de Barreswill.

Analyse. — On prend $2^{gr},316$ de matière pulvérisée.

Pour le dosage du bioxyde de baryum on dissout un poids connu de fer dans l'acide chlorhydrique, en ajoutant après la dissolution du fer 2 ou 3 morceaux de grenaille de zinc, pour réduire les traces de perchlorure de fer pouvant exister. La substance est alors introduite, et l'on titre l'excès de protochlorure par une solution de permanganate, titrée avant l'expérience, et par le même procédé.

Le baryum total est dosé à l'état de sulfate de baryte.

Enfin, un autre essai détermine le peu de sesquioxyde de fer dont la matière est souillée, et provenant d'une attaque du creuset où l'on a fait l'électrolyse. Il suffit de précipiter ce métal à l'état de sesquioxyde de la solution acide de la substance.

Voici le résultat obtenu :

Bioxyde de baryum.....	1,69
Baryte libre.....	87,13
Sesquioxyde de fer.....	2,54
Eau, par différence.....	8,64
Total.....	100,00

On remarquera que l'on obtient ainsi un hydrate contenant moins d'eau que l'hydrate ordinaire fondu. La formule théorique BaO,HO exigerait, pour 8,64 d'eau, seulement 73,44 de baryte, au lieu de 87,13 que l'on trouve.

ÉLECTROLYSE DU FLUORURE (septembre-octobre 1892).

J'ai songé à employer un procédé analogue à celui de Hérout pour l'extraction de l'aluminium.

Pour cela, j'ai dû préparer d'abord un fluorure double de baryum et de sodium NaF,BaF.

On obtient ce corps en fondant un mélange à équivalents égaux des deux fluorures. Ces deux corps qui, sépa-

rément, ne peuvent être fondus qu'au chalumeau, fondent très facilement un peu au delà du rouge sombre, en un liquide très fluide, lorsqu'ils sont mélangés, ce qui indique manifestement l'existence d'une combinaison. Par refroidissement, on obtient de gros cristaux très bien formés. Toutefois ce corps est *entièrement* décomposé par l'eau, en fluorure de sodium un peu soluble, et fluorure de baryum insoluble, ainsi que je m'en suis assuré par des expériences quantitatives (1).

Le fluorure de sodium pur fond à un bon rouge, au delà de la température de fusion du verre, dans un creuset de platine, en un liquide visqueux qui ne mouille pas les parois : un creuset de porcelaine est presque immédiatement percé. Le fluorure de baryum pur fond encore plus difficilement; il résiste à la température du four de MM. Fourquignon et Leclerc. J'ai réussi à en fondre de petites quantités, en dirigeant le dard d'un chalumeau à hydrogène et air, de Desbassyns de Richemont, employé pour la soudure autogène du plomb. Il présente alors une belle fluorescence violet pâle; l'insolation ne produit rien de particulier.

Pour préparer le fluorure double en grandes quantités, il faut partir du fluorhydrate de fluorure de sodium NaF,HF cristallisé, qui est un produit commercial. La solution, placée dans un récipient en plomb, est saturée en ajoutant peu à peu du carbonate de baryte précipité, après quoi on évapore à siccité.

Le sel est électrolysé, après fusion préalable dans un creuset de fer luté (2) et placé dans un gros four convenable.

La différence de potentiel entre les électrodes, charbon

(1) Je n'affirme point que la véritable combinaison définie corresponde à la formule NaF, BaF, ou à une autre : la question ne m'intéressait d'ailleurs nullement dans ce cas.

(2) Lut alchimique, formé de terre à fourneaux rouge, de crottin de cheval et d'un peu de borax.

et creuset, est de 35 volts, et le courant de 50 ampères; il se dégage quelques bulles de gaz autour du charbon qui présente de plus, sur tout son pourtour, un superbe perlé de feu.

On ajoute un peu de baryte anhydre et pulvérisée au voisinage de l'anode. L'addition de quelques grammes provoque une ébullition soudaine et violente. Il se dégage, entre les diverses lames de charbon réunies pour former l'anode, un gaz qui brûle avec une flamme bleue caractéristique de l'oxyde de carbone.

L'intensité du courant s'élève alors à 257 ampères, et la différence de potentiel tombe à 3 volts; je ne disposais pas pour cette expérience d'une dynamo compound, et de plus la longueur de la ligne était considérable, pour des courants à si faible voltage, environ 500 m. de ligne totale. Après quelque temps de passage de ce courant relativement intense, peu à peu l'intensité diminue, la différence de potentiel augmente, et le dégagement gazeux se ralentit.

L'électrolyse produit du baryum sur la surface du creuset de fer formant cathode; du fluor se porte sur le charbon anode; là il agit sur la baryte et le charbon : il se forme du fluorure et de l'oxyde de carbone, qui se dégage, et vient s'enflammer plus haut :

$$F + BaO + C = BaF + CO.$$

Le fluorure décomposé par électrolyse se trouve ainsi régénéré par réaction secondaire.

Quant au baryum déposé, il disparaît par une seconde réaction secondaire, qui conduit à un sous-fluorure.

Si, en effet, on coupe le creuset, on ne trouve aucune trace de métal. Tout au plus l'on constate, comme dans toutes ces expériences, une odeur d'hydrogène impur sur la surface du creuset cathode.

Le fluorure, comme le chlorure, paraît donc avoir manifestement une tendance à produire un sous-fluorure. Cette

propriété, que nous retrouverons dans toutes nos expériences, a également été signalée, par M. Güntz, pour le lithium (1), depuis l'apparition de ma première Note à l'Académie des Sciences (22 juin 1891).

Électrolyse du fluorure double, sans addition de baryte (novembre 1892). — A cause de l'infusibilité du fluorure de baryum pur, dans les fourneaux ordinaires, il était nécessaire de m'adresser encore au sel double. Il faut toujours prendre un creuset de fer, ces fluorures fondus attaquant véritablement toutes les substances minérales que l'on peut songer à employer (porcelaine, verre, vases poreux, amiante, etc.), ce qui cause souvent un grand embarras dans ces expériences.

J'ai fondu le mélange (5 kg. environ) dans un creuset cylindrique entièrement en fer (hauteur, 18 cm.; diamètre, 11 cm.), luté extérieurement comme je l'ai déjà dit, et muni, à sa partie inférieure, par soudure autogène, d'une barre de fer prismatique recourbée de 12 cm^2 de section, servant à la sortie du courant. L'anode est constituée par 5 lames de charbon de 6 cm. de largeur et 8 cm. d'épaisseur, longues de 25 cm.; elles sont assemblées et serrées, à leur partie supérieure, dans une forte pince en fer. Celle-ci est elle-même solidaire d'une vis de 5 cm. de diamètre, mobile, dans le sens vertical, par le jeu d'un écrou, ce qui permet de fermer aisément le circuit par simple immersion du charbon dans l'électrolyte fondu. Ce mouvement permet aussi de faire varier la surface plongée, s'il y a lieu, pendant l'opération.

Le courant est fourni par une dynamo-shunt pouvant débiter sans danger jusqu'à 600 ampères, avec une force électromotrice de 40 volts.

Au commencement de l'expérience, la différence de po-

(1) GUNTZ, *Sur la préparation du lithium métallique* (*Comptes rendus*, t. CXVII, p. 732; 1893).

tentiel entre le creuset et le charbon est de 32 volts, le courant de 70 ampères. On observe, au contact du charbon et de l'électrolyte, un perlé lumineux permanent. Malgré le fort rayonnement extérieur, la masse s'échauffe assez pour qu'il devienne presque inutile d'entretenir le feu.

Au bout d'une heure environ, une ébullition violente, accompagnée de projections, se manifeste. En même temps, la différence de potentiel tombe à 3 volts, et le courant monte à 225 ampères.

Il se dégage, à partir de cet instant, un gaz d'une odeur piquante, qui est évidemment du fluor, mêlé d'acide fluorhydrique, à cause de la vapeur d'eau de l'atmosphère ambiante. Bientôt des globules, atteignant parfois la grosseur d'un pois, sont comme projetés du fond du creuset vers la surface, où ils brûlent avec une flamme jaune verdâtre très éclairante, et produisant, par instants, tout autour de l'appareil, un véritable feu d'artifice. Ces flammes sont accompagnées d'une épaisse fumée blanche qui provoque la toux.

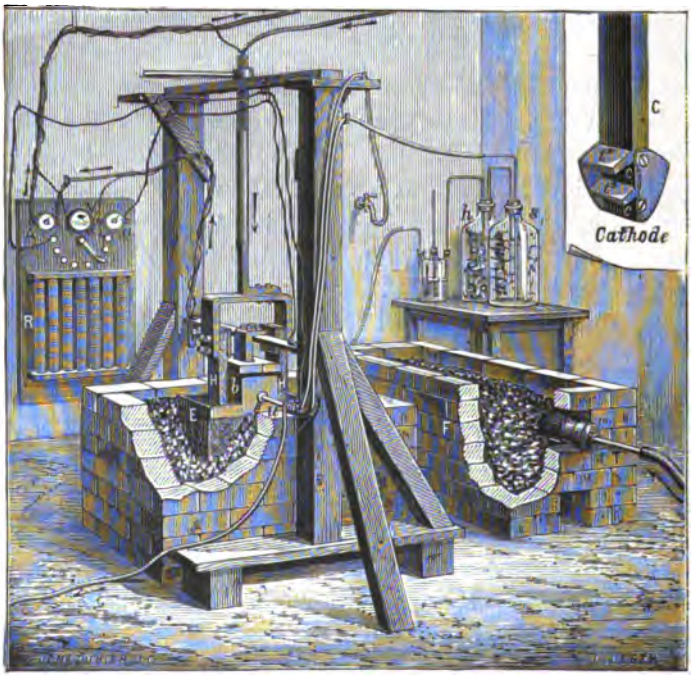
Ces globules, selon toute vraisemblance, sont formés par le baryum qui prend naissance dans l'électrolyse. Du reste, après refroidissement, le fond du creuset étant séparé sur le tour, au moyen d'un outil à *saigner*, on aperçoit, avec une loupe, une multitude de très petits grains métalliques disséminés dans la masse du sel.

Je n'ai point cherché à réunir ces particules microscopiques, parce que je me proposais de recueillir la totalité du baryum libéré, en le recevant dans une atmosphère inerte, comme je vais maintenant l'indiquer.

Électrolyse, avec courant d'hydrogène autour de la cathode (30 *décembre* 1892). — J'ai fait construire un creuset de fonte (*fig.* 1), à cause de la difficulté de l'obtenir en fer, pour répéter l'expérience précédente en protégeant la cathode par une atmosphère d'hydrogène. L'anode

était formée de deux charbons H, H réunis électriquement et placés symétriquement de chaque côté de la boîte de fonte *b*, au centre de laquelle se trouvait la cathode en fer C. Celle-ci présentait des cavités *c*, *c* dans un sens convenable pour empêcher le métal de monter à la surface.

Fig. 1.



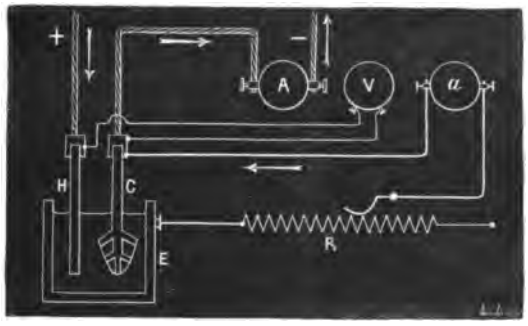
De très petits trous *t*, *t* avaient été pratiqués pour l'échappement de l'air et peut-être des gaz.

On ne pouvait songer à employer l'azote, ce dernier gaz se combinant avec facilité, même avec le baryum à l'état d'amalgame (1).

(1) MAQUENNE, *Sur les azotures de baryum et de strontium* (*Comptes rendus*, t. CXIV, p. 220; 1892.)

L'hydrogène était produit par le passage d'un courant de vapeur sur des copeaux de fer placés dans un tube T en fer luté de 10 cm. de diamètre et 2 m. de longueur, chauffé dans un long fourneau F construit provisoirement, pour la circonstance, avec des briques et de la terre à fourneaux. Nous avons aussi utilisé des appareils ser-

Fig. 2.



vant à produire en grand l'hydrogène par le zinc et l'acide sulfurique pour la soudure autogène du plomb. Il est bien entendu que l'hydrogène était desséché par son passage sur des colonnes de chlorure de calcium *h* et de ponce sulfurique *s*.

Le gaz arrivait, à raison de 200 l. à 250 l. à l'heure, au moyen d'un tube de fer *u*, vissé à l'une des parois de la boîte protectrice venue de fonte avec le creuset E. Il s'échappait par le très petit intervalle laissé entre la cathode et le couvercle du creuset, pour éviter la communication électrique, et brûlait à la sortie.

Afin d'éviter l'attaque de certaines parties du creuset, celui-ci était protégé par une petite dérivation de courant prise sur la cathode, ainsi que le faisait M. Minet dans ses recherches sur l'extraction de l'aluminium. Le tube de fer *u* était à cet effet mis en relation avec la cathode C par l'intermédiaire d'un rhéostat R, qu'on réglait de façon

à laisser échapper par le creuset 10 à 15 ampères, soit environ 5 pour 100 du courant total. La *fig.* 2 montre la disposition schématique des circuits (1).

Le courant, qui était à l'origine d'une cinquantaine d'ampères, s'est maintenu, presque tout le temps de l'expérience, à 250 ou 300 ampères. Celle-ci, commencée vers 10^h du matin pour la fusion du sel, s'est terminée à 3^h du matin dans la nuit. Le courant avait été lancé vers 4^h de l'après-midi. Le creuset renfermait environ 30 kg. de fluorure double.

Il m'a été impossible d'élever beaucoup la température, sans quoi j'aurais fondu le creuset, comme cela m'est arrivé dans plusieurs expériences, qui se sont ainsi terminées presque au début.

C'est là évidemment la cause de mon insuccès, contrairement à ce qui se produit pour le lithium.

Le creuset et la cathode, sciés en deux, n'ont pas montré trace de métal, sauf l'odeur, dont j'ai déjà parlé, d'hydrogène impur, mais presque insignifiante. Cela prouve que le baryum s'est combiné à l'excès de sel, car le fluor s'est dégagé tout le temps de l'expérience et devenait parfois insupportable. L'expérience précédente avait été faite dans le creuset de fer, à une température beaucoup plus élevée.

Il est à remarquer que, dans la dernière expérience, la cathode avait une très petite surface, et que, par suite la densité du courant y était très grande, condition pourtant avantageuse. Je me propose à l'occasion de reprendre cette expérience, mais avec un semblable creuset entièrement en fer; la chose, quoique difficile, n'est pourtant pas irréalisable. Certainement le baryum, libéré dans de telles conditions, pourra être recueilli.

---

(1) Pour obtenir de bons contacts, les surfaces étaient parfaitement dressées et serrées au moyen de deux boulons, en interposant une mince feuille d'argent pur. Les extrémités des câbles principaux étaient soudées aux parties réunies par les boulons.

CHAPITRE II.

MÉTHODE CHIMIQUE.

J'ai cherché, d'autre part, à extraire le baryum du fluorure, par l'action du sodium. Ces expériences ont été effectuées du mois de février au mois d'août 1893.

Dans un creuset de fer, on dispose d'abord une couche de fluorure de sodium pur et pulvérisé; puis on introduit un mélange de fluorure double de baryum et de sodium pulvérisé et tamisé, et de sodium coupé en petits morceaux. Enfin on recouvre le tout d'une couche de fluorure de sodium pur. Le fluorure double et le sodium sont mélangés en proportions équivalentes. On ferme le creuset au moyen d'un couvercle en fer parfaitement *tourné* qui s'emboîte exactement dans le creuset, et on le fixe avec du fil de fer. On chauffe *modérément* au four Perrot, par exemple, de manière à ne pas dépasser le rouge sombre.

Après refroidissement, on constate que le poids du creuset est resté invariable.

La masse grise obtenue s'échauffe à l'air; certaines portions y brûlent à la façon de l'amadou : c'est un véritable pyrophore. Cette combustion est due principalement à l'azote atmosphérique, par suite de la formation d'azoture de baryum.

On perçoit, en effet, une odeur très nette d'ammoniaque, surtout si l'on projette, par l'haleine, un peu de vapeur d'eau sur la substance. Mise dans l'eau, la matière donne, en même temps que quelques bulles d'hydrogène assez grosses d'une odeur désagréable, de l'ammoniaque et une solution de baryte caustique, qui se transforme rapidement à l'air en carbonate, sous l'influence de l'acide carbonique.

J'ai obtenu d'une façon constante ces résultats.

Si, au lieu de chauffer modérément, on donne un coup de feu, après refroidissement, on ne retrouve plus la

masse grise à odeur d'hydrogène impur, mais une masse fondue blanche, *sans toutefois constater de diminution du poids total du creuset.* Ceci prouve que le baryum d'abord libéré se recombine ensuite, pour former un sous-fluorure. Ce même résultat s'obtient également avec du fluorure de baryum pur, à la place de fluorure double.

Si l'on pulvérise cette masse fondue blanche, et qu'on la mèle à nouveau avec du sodium, puis qu'on chauffe, on volatilise simplement ce dernier, et l'on retrouve le poids de la matière conservé intégralement. Ceci montre que le sous-fluorure formé préalablement résiste à l'action du métal alcalin.

Dans une expérience, faite le 17 août, en chauffant modérément un mélange de 57 g. de fluorure de baryum pur BaF et 15 g. de sodium, c'est-à-dire à équivalents égaux, j'ai obtenu un produit qui donne dans l'eau un dégagement d'hydrogène. La liqueur filtrée donne un abondant précipité par un courant d'acide carbonique, toutes choses accusant la présence du baryum métallique, et la liqueur ne renferme pas une quantité appréciable de fluorure de sodium NaF, ce qui semble indiquer que le sodium reste combiné au fluor et à une portion du baryum, pour former un corps insoluble.

Je n'ai pas eu le temps encore de répéter cette expérience, et de vérifier ces conclusions par l'analyse.

Enfin une dernière expérience, qui pourra peut-être donner des résultats intéressants, est la suivante, faite le 18 août :

J'ai mis, par couches, dans un creuset de fer :

	g.
Fluorure de baryum pur BaF.....	37
Sodium, en petits morceaux.....	10
Zinc pur, en grenaille.....	40

J'ai chauffé jusqu'à dégagement de flammes de zinc, en dessous du couvercle, puis baissé le gaz du fourneau Perrot, autant que possible.

Le lendemain, j'ai trouvé dans la masse des cristaux métalliques très brillants, et, dans d'autres régions, la substance grise déjà décrite, qui dégage l'odeur d'hydrogène impur.

La masse métallique, débarrassée de la substance environnante, se dissout dans l'acide azotique étendu ; la solution donne, par l'acide sulfurique, un abondant précipité de sulfate de baryte, preuve évidente que ces cristaux métalliques sont un alliage de zinc et de baryum.

Je me propose, dès que le temps me le permettra, de poursuivre toutes ces expériences, soit par l'électrolyse, soit par la voie chimique, et j'ai bon espoir d'arriver à un procédé de préparation du baryum, et vraisemblablement de tous les métaux alcalino-terreux. On sait que le procédé par amalgamation ne donne pas les métaux purs, mais simplement des amalgames que certains auteurs disent plus riches en mercure qu'en métal, même à une haute température, et que l'on ne parvient pas à agglomérer.

RÉSUMÉ.

J'ai montré par ces expériences, soit celles sur l'électrolyse, soit celles qui sont purement chimiques, qu'on pouvait mettre en liberté le baryum métallique, sans toutefois l'avoir séparé et recueilli. Néanmoins, tous les documents que l'on trouve sur la question sont si peu nets, et souvent si contradictoires, que j'ai jugé utile de refaire des expériences précises.

J'ai indiqué un dispositif qui, manifestement d'après ce que j'ai vu, pourra servir à préparer couramment le métal par électrolyse du fluorure double de baryum et de sodium, dont j'ai montré l'existence indubitable.

De mes expériences, des premières déjà faites en 1891, il ressort nettement la propriété qu'ont les sels haloïdes de baryum (au moins le chlorure et le fluorure) de se com-

biner avec leur propre métal, soit au fur et à mesure de sa production, soit même après (expériences chimiques), propriété qui a d'ailleurs été signalée depuis.

J'ai montré la production du bioxyde de baryum par électrolyse de l'hydrate de baryte en fusion.

J'ai indiqué la production d'un baryum pyrophorique se combinant spontanément à l'azote de l'air, en formant un azoture décomposable par l'eau.

Enfin, j'ai donné un mode de préparation d'un alliage de zinc et de baryum.

Les expériences d'électrolyse, qui ont nécessité un matériel et des courants électriques dont je ne disposais pas au laboratoire, ont été faites chez M. Grammont, tréfileur à Pont-de-Chérui (Isère), à l'aide de la dynamo employée dans son affinerie de cuivre, qui a été mise à ma disposition, ainsi que toutes les puissantes ressources de son usine, avec une extrême courtoisie. Je prie M. Grammont d'agréer mes remercîments bien sincères.

M. J. Noyer, qui était à ce moment chimiste dans ladite usine, a bien voulu me prêter son concours pour toutes ces expériences d'électrolyse très pénibles, et me faciliter ainsi singulièrement ma tâche. Qu'il me permette de lui en exprimer toute ma reconnaissance.

Vu et approuvé :
Paris, le 25 mai 1895.
LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :
Paris, le 25 mai 1895.
LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,
GRÉARD.

22212 Paris. — Impr. GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Phys 3516.2
... Mesure directe des forces elec
Cabot Science 003458025
3 2044 091 961 235